

第四章 考慮等待撥付、抵押及催收償還的銀行利率競爭模型

本章的研究除了考慮第三章所考慮的銀行催收還款的方式外，還將等待撥付的時間以及抵押財產的措施加入考慮，分析在此情況下，資金需求者的貸款申請意願以及銀行利率競爭的情況。本文之模型一樣是參考(Hyytinen and Toivanen (2004))、(Besanko and Thakor (1987))等文章所設定的，目的在於分析當考慮催收償還、等待撥付的時間以及抵押財產的措施時，對於銀行利率競爭的影響。其中第一節為模型的基本假設的介紹；第二節說明模型設定；第三節為等待撥付、抵押及催收償還的賽局均衡；第四節為比較靜態分析；第五節針對本章節做一小結。

第一節 基本假設

- (1)除了等待撥付與抵押財產等措施外，其餘的變數與函數設定皆與第三章的設定相同。
- (2)假設身價(y)可以以承受銀行每單位催收努力所產生的精神成本(資金需求者也是從 $y=0$ 到 $y=\bar{y}$ 分布)來表示，也可以以從申請貸款到銀行同意撥付之間的每單位等待時間成本(資金需求者也是從 $y=0$ 到 $y=\bar{y}$ 分布)來表示。
- (3)增加另一項銀行服務品質——「資金需求者從申請貸款到銀行同意撥付之間的等待時間(相當於銀行對資金需求者的徵信所需要的作業時間)」，並假設銀行的成本包含貸款成本(包括存款利息支付及行政)、催收成本、以及審核貸款申請案件的成本。另外，並增加銀行要求貸款者提供抵押資產，假設抵押額度是外生決定，因為它大都根據銀行的法規，而不是銀行面對不同的貸款者或不同的市場環境就設定不同的抵押額度(亦即內生決定)，並假設抵押額度也小於貸款者的財產(W)。
- (4)假設為三階段的賽局(three-stage game):第一階段(stage 1)為銀行決定催收的努力程度與審核貸款申請的作業時間，以及兩家銀行進行這兩項品質的競爭並達到 Nash equilibrium 的階段；第二階段(stage 2)為在已知第一階段(stage 1)的兩項品質 Nash equilibrium 下，銀行決定利率，以及兩家銀行進行利率競爭並達到 Nash equilibrium 的階段；第三階段(stage 3)為在已知兩項品質與利率皆達到 Nash equilibrium 下，貸款者決定向那家銀行貸款，以及產生向任何一家銀行貸款感覺無差異的貸款者(因為向任何一家銀行貸款所獲得的效用相等)的階段。

第二節 模型設定

由於本章和第三章一樣，假設資金需求者有兩種類型，一種是帶有投資成功的機率為 p 的資金需求者，另一種是帶有投資成功的機率為 hp 的資金需求者，而每種類型的資金需求者可選擇要接受第一家銀行提供的貸款服務或者是接受第二家銀行提供的貸款服務，故模型的設定如下：

1. 資金需求者由貸款獲得的(間接)效用函數(水準)：

- (1) 資金需求者選擇第一家銀行提供的貸款服務後獲得的(間接)效用水準：
 (a) 帶有投資成功的機率為 p 的資金需求者 i 獲得的(間接)效用水準為： $U_p^i(1)$

$$U_p^i(1) = p(R - r_1) - (1 - p)(r_1 - x_1 y_p^i - K_1) - z_1 y_p^i$$

其中： R = 投資成功後獲得的收益，且 $R > 0$ 。

r_1 = 第一家銀行訂定的貸款利率(=本利和)。

p = 投資成功的機率，且 $0 < p < 1$ 。

$1 - p$ = 投資失敗的機率，且 $0 < 1 - p < 1$ 。

x_1 = 第一家銀行執行催收的努力水準， $x_1 \in [\underline{x}, \bar{x}]$ ，且 $\underline{x}, \bar{x} > 0$ 。

y_p^i = 帶有投資成功的機率為 p 的資金需求者 i 的身價。
 = 銀行每單位催收努力對該貸款者產生的精神成本。

K_1 = 第一家銀行制定的抵押資產額，且 $K_1 > 0$ 。

z_1 = 第一家銀行審核貸款申請的作業時間， $z_1 \in [\underline{z}, \bar{z}]$ ，且 $\underline{z}, \bar{z} > 0$ 。

- (b) 帶有投資成功的機率為 hp (其中 h 是參數，且 $0 < h < 1$)的資金需求者 i 獲得的(間接)效用水準為 $U_{hp}^i(1)$ ：

$$U_{hp}^i(1) = hp(R - r_1) - (1 - hp)(r_1 - x_1 y_{hp}^i - K_1) - z_1 y_{hp}^i$$

其中： R = 投資成功後獲得的收益，且 $R > 0$ 。

r_1 = 第一家銀行訂定的貸款利率(=本利和)。

hp = 投資成功的機率，且 $0 < hp < 1$ 。

$1 - hp$ = 投資失敗的機率，且 $0 < 1 - hp < 1$ 。

x_1 = 第一家銀行執行催收的努力水準， $x_1 \in [\underline{x}, \bar{x}]$ ，且 $\underline{x}, \bar{x} > 0$ 。

0。

y_{hp}^i = 帶有投資成功的機率為 hp 的資金需求者 i 的身價。

= 銀行每單位催收努力對該貸款者產生的精神成本。

K_1 = 第一家銀行制定的抵押資產額，且 $K_1 > 0$ 。

z_1 = 第一家銀行審核貸款申請的作業時間， $z_1 \in [\underline{z}, \bar{z}]$ ，且 \underline{z} ，

$\bar{z} > 0$ 。

(c) 向任何一家銀行貸款感覺無差異的資金需求者：以 Ind 代替 i 。

(2) 資金需求者選擇第二家銀行提供的貸款服務後獲得的(間接)效用水準：

(a) 帶有投資成功的機率為 p 的資金需求者 i 獲得的(間接)效用水準為： $U_p^i(2)$

$$U_p^i(2) = p(R - r_2) - (1 - p)(r_2 - x_2 y_p^i - K_2) - z_2 y_p^i$$

其中： R = 投資成功後獲得的收益，且 $R > 0$ 。

r_2 = 第二家銀行訂定的貸款利率(=本利和)。

p = 投資成功的機率，且 $0 < p < 1$ 。

$1 - p$ = 投資失敗的機率，且 $0 < 1 - p < 1$ 。

x_2 = 第二家銀行執行催收的努力水準， $x_2 \in [\underline{x}, \bar{x}]$ ，且 \underline{x} ， $\bar{x} >$

0。

y_p^i = 帶有投資成功的機率為 p 的資金需求者 i 的身價。

= 銀行每單位催收努力對該貸款者產生的精神成本。

K_2 = 第二家銀行制定的抵押資產額，且 $K_2 > 0$ 。

z_2 = 第二家銀行審核貸款申請的作業時間， $z_2 \in [\underline{z}, \bar{z}]$ ，且 \underline{z} ， \bar{z}

> 0 。

(b) 帶有投資成功的機率為 hp (其中 h 是參數，且 $0 < h < 1$)的資金需求者 i 獲得的(間接)效用水準為 $U_{hp}^i(2)$ ：

$$U_{hp}^i(2) = hp(R - r_2) - (1 - hp)(r_2 - x_2 y_{hp}^i - K_2) - z_2 y_{hp}^i$$

其中： R = 投資成功後獲得的收益，且 $R > 0$ 。

r_2 = 第二家銀行訂定的貸款利率(=本利和)。

hp = 投資成功的機率，且 $0 < hp < 1$ 。

$1 - hp$ = 投資失敗的機率，且 $0 < 1 - hp < 1$ 。

x_2 = 第二家銀行執行催收的努力水準， $x_2 \in [\underline{x}, \bar{x}]$ ，且 $\underline{x}, \bar{x} > 0$ 。

y_{hp}^i = 帶有投資成功的機率為 hp 的資金需求者 i 的身價。
= 銀行每單位催收努力對該貸款者產生的精神成本。

K_2 = 第二家銀行制定的抵押資產額，且 $K_2 > 0$ 。

z_2 = 第二家銀行審核貸款申請的作業時間， $z_2 \in [\underline{z}, \bar{z}]$ ，且 $\underline{z}, \bar{z} > 0$ 。

(c) 向任何一家銀行貸款感覺無差異的資金需求者：以 Ind 代替 i 。

2. 第一家銀行的利潤函數為： $\pi_1(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2)$

$$\pi_1(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2) = \left(\frac{1}{y}\right) \{ \gamma y_p^{\text{Ind}} [pr_1 + (1-p)(r_1 - a_1x_1 - K_1) - b_1z_1 - c_1] \\ + (1-\gamma)y_{hp}^{\text{Ind}} [hpr_1 + (1-hp)(r_1 - a_1x_1 - K_1) - b_1z_1 - c_1] \}$$

其中： $\frac{1}{y}$ = 貸款者的身價(y)發生的機率，且 $y \in [0, \bar{y}]$ 。

γ = 面對的貸款者是屬於成功機率 p 的機率，且 $0 < \gamma < 1$ 。

$1 - \gamma$ = 面對的貸款者是屬於成功機率 hp 的機率，且 $0 < 1 - \gamma < 1$ 。

a_1 = 第一家銀行執行催收的邊際成本，且 $a_1 > 0$

c_1 = 第一家銀行的貸款成本，且 $c_1 > 0$ 。

b_1 = 第一家銀行審核貸款申請所花的每單位時間的邊際成本，且 $b_1 > 0$ 。

3. 第二家銀行的利潤函數為： $\pi_2(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2)$

$$\pi_2(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2) = \left(\frac{1}{y}\right) \{ \gamma (\bar{y} - y_p^{\text{Ind}}) [pr_2 + (1-p)(r_2 - a_2x_2 - K_2) - b_2z_2 - c_2] \\ + (1-\gamma) (\bar{y} - y_{hp}^{\text{Ind}}) [hpr_2 + (1-hp)(r_2 - a_2x_2 - K_2) - b_2z_2 - c_2] \}$$

其中： $\frac{1}{y}$ = 貸款者的身價(y)發生的機率，且 $y \in [0, \bar{y}]$ 。

γ = 面對的貸款者是屬於成功機率 p 的機率，且 $0 < \gamma < 1$ 。

$1 - \gamma$ = 面對的貸款者是屬於成功機率 hp 的機率，且 $0 < 1 - \gamma < 1$ 。

a_2 = 第二家銀行執行催收的邊際成本，且 $a_2 > 0$ 。

c_2 = 第二家銀行的貸款成本，且 $c_2 > 0$ 。

b_2 = 第二家銀行審核貸款申請所花的每單位時間的邊際成本，且 $b_2 > 0$ 。

第三節 等待撥付、抵押及催收償還的賽局均衡

在本小節中，和前章第三節一樣，主要依照賽局理論的倒推法(backward induction)，由第三階段(stage 3)得到感覺沒有差異的資金需求者，以及得到 \bar{y} 位資金需求者中每家銀行分配多少位貸款者(亦即每家銀行的貸款需求量)，然後將該階段的銀行的貸款需求量往前代入第二階段(stage 2)的銀行利潤函數，並解得該階段 Nash equilibrium 的利率，然後將該均衡利率往前代入第一階段(stage 1)的銀行利潤函數，並解得該階段 Nash equilibrium 的催收努力與作業時間，最後求得整個三階段賽局(three-stage game)均衡下的催收努力、作業時間、利率、貸款需求量。求解過程如下：

第三階段(stage 3)：

從感覺沒有差異的資金需求者中，求得每家銀行分配到多少位貸款者(亦即每家銀行的貸款需求量)。

假設投資成功機率為 p 的資金需求者 i 向任何一家銀行貸款感覺無差異，這句話隱含 $U_p^i(1) \geq U_p^i(2)$ 。

$$\text{已知 } U_p^i(1) = p(R - r_1) - (1 - p)(r_1 - x_1 y_p^i - K_1) - z_1 y_p^i$$

$$U_p^i(2) = p(R - r_2) - (1 - p)(r_2 - x_2 y_p^i - K_2) - z_2 y_p^i$$

$$\text{所以 } p(R - r_1) - (1 - p)(r_1 - x_1 y_p^i - K_1) - z_1 y_p^i \geq p(R - r_2) - (1 - p)(r_2 - x_2 y_p^i - K_2) - z_2 y_p^i \quad (4.1)$$

又因為到第一家銀行或第二家銀行貸款，對資金需求者 i 的感覺是無差異的，也就是說 $y_p^i = y_p^{\text{Ind}}$ 。

將 $y_p^i = y_p^{\text{Ind}}$ 代入(4.1)式，故可以得到：

$$p(R - r_1) - (1 - p)(r_1 - x_1 y_p^{\text{Ind}} - K_1) - z_1 y_p^{\text{Ind}} \geq p(R - r_2) - (1 - p)(r_2 - x_2 y_p^{\text{Ind}} - K_2) - z_2 y_p^{\text{Ind}} \quad (4.2)$$

將(4.2)式整理後可得到：

$$y_p^{\text{Ind}} \geq \frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1 - p)}{(x_2 - x_1)(1 - p) - (z_2 - z_1)} \quad (4.3)$$

(4.3)式代表帶有投資成功的機率為 p 的資金需求者 i 的身價，也可以說成是銀行每單位催收努力對該貸款者產生的精神成本。

假設投資成功機率為 hp 的資金需求者 i 向任何一家銀行貸款也感覺無差異，也就是說 $U_{hp}^i(1) \geq U_{hp}^i(2)$ 。

$$\text{已知 } U_{hp}^i(1) = hp(R - r_1) - (1 - hp)(r_1 - x_1 y_{hp}^i - K_1) - z_1 y_{hp}^i$$

$$U_{hp}^i(2) = hp(R - r_2) - (1 - hp)(r_2 - x_2 y_{hp}^i - K_2) - z_2 y_{hp}^i$$

$$\text{所以 } hp(R - r_1) - (1 - hp)(r_1 - x_1 y_{hp}^i - K_1) - z_1 y_{hp}^i \geq hp(R - r_2) - (1 - hp)(r_2 - x_2 y_{hp}^i - K_2) - z_2 y_{hp}^i \quad (4.4)$$

又因為到第一家銀行或第二家銀行貸款，對資金需求者 i 的感覺是無差異的，所以可以得知 $y_{hp}^i = y_{hp}^{Ind}$ 。

將 $y_{hp}^i = y_{hp}^{Ind}$ 代入(4.4)式，故可以得到

$$hp(R-r_1) - (1-hp)(r_1 - x_1 y_{hp}^{Ind} - K_1) - z_1 y_{hp}^{Ind} \geq hp(R-r_2) - (1-hp)(r_2 - x_2 y_{hp}^{Ind} - K_2) - z_2 y_{hp}^{Ind} \quad (4.5)$$

將(4.5)式整理後可得到

$$y_{hp}^{Ind} \geq \frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-hp)}{(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)} \quad (4.6)$$

(4.6)式代表帶有投資成功的機率為 hp 的資金需求者 i 的身價，也可以說成是銀行每單位催收努力對該貸款者產生的精神成本。

第二階段(stage 2)：

將第三階段(stage 3)的銀行的貸款需求量往前代入此階段的銀行利潤函數，並解得此階段 Nash equilibrium 的利率。

第一家銀行的利潤函數為：

$$\begin{aligned} \pi_1(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2) = & \left(\frac{1}{y}\right) \{ \gamma y_p^{Ind} [pr_1 + (1-p)(r_1 - a_1 x_1 - K_1) - b_1 z_1 - c_1] \\ & + (1-\gamma) y_{hp}^{Ind} [hpr_1 + (1-hp)(r_1 - a_1 x_1 - K_1) - b_1 z_1 - c_1] \} \end{aligned} \quad (4.7)$$

將第三階段(stage 3)求出的 $y_p^{Ind} = \frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-p)}{(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)}$ 和

$y_{hp}^{Ind} = \frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-hp)}{(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)}$ 代入(4.7)式中，得：

$$\begin{aligned} \pi_1(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2) = & \left(\frac{1}{y}\right) \{ \gamma \left[\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-p)}{(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)} \right] [pr_1 + (1-p)(r_1 - a_1 x_1 - K_1) \\ & - b_1 z_1 - c_1] + (1-\gamma) \left[\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-hp)}{(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)} \right] [hpr_1 + (1-hp)(r_1 - a_1 x_1 - K_1) - b_1 z_1 - c_1] \} \end{aligned} \quad (4.8)$$

將(4.8)式整理後，可得到：

$$\begin{aligned} \pi_1(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2) = & \left(\frac{1}{y}\right) \{ \gamma \left[\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-p)}{(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)} \right] [r_1 - (1-p)(a_1 x_1 + K_1) - b_1 z_1 \\ & - c_1] + (1-\gamma) \left[\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-hp)}{(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)} \right] [r_1 - (1-hp)(a_1 x_1 + K_1) - b_1 z_1 - c_1] \} \end{aligned} \quad (4.9)$$

接著將(4.9)式對第一家銀行訂定的貸款利率微分，得到：

$$\frac{\partial \pi_1(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2)}{\partial r_1} = \left(\frac{1}{y}\right) \left\{ \gamma \left[\frac{-1}{(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)} \right] [r_1 - (1-p)(a_1 x_1 + K_1) - b_1 z_1 - c_1] + \gamma \left[\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-p)}{(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)} \right] [1] + (1 - \gamma) \left[\frac{-1}{(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)} \right] [r_1 - (1-hp)(a_1 x_1 + K_1) - b_1 z_1 - c_1] + (1 - \gamma) \left[\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-hp)}{(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)} \right] [1] \right\} = 0 \quad \text{-----(4.10)}$$

將(4.10)整理後，可得到：

$$\begin{aligned} & -2r_1 + r_2 + b_1 z_1 + c_1 = \\ & \frac{-(x_2 - x_1) \left\{ (a_1 x_1 + K_1) [\gamma(-p + hp) + (1 - hp + (1 - \gamma)(1 - hp)(1 - p))] - (K_2 - K_1) [\gamma(-p + hp) + (1 - \gamma)hp - (1 - \gamma)p - hp(1 - hp)] \right\}}{[(x_2 - x_1)(1 - \gamma hp - (1 - \gamma)p) - z_2 + z_1]} \\ & - \frac{(-z_2 + z_1) \{ a_1 x_1 [\gamma(-p) - \gamma(-hp) + (1 - hp)] + (K_2 - K_1) [-\gamma(-p) - \gamma(-hp) - (1 - hp)] \}}{[(x_2 - x_1)(1 - \gamma hp - (1 - \gamma)p) - z_2 + z_1]} \quad \text{----- (4.11)} \end{aligned}$$

第二家銀行的利潤函數為：

$$\begin{aligned} \pi_2(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2) = & \left(\frac{1}{y}\right) \left\{ \gamma (\bar{y} - y_p^{\text{Ind}}) [pr_2 + (1-p)(r_2 - a_2 x_2 - K_2) - b_2 z_2 - c_2] \right. \\ & \left. + (1 - \gamma) (\bar{y} - y_{hp}^{\text{Ind}}) [hpr_2 + (1-hp)(r_2 - a_2 x_2 - K_2) - b_2 z_2 - c_2] \right\} \\ & \text{----- (4.12)} \end{aligned}$$

將(4.12)式整理後，可得到

$$\begin{aligned} \pi_2(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2) = & \left(\frac{1}{y}\right) \left\{ \gamma (\bar{y} - y_p^{\text{Ind}}) [r_2 - (1-p)(a_2 x_2 + K_2) - b_2 z_2 - c_2] \right. \\ & \left. + (1 - \gamma) (\bar{y} - y_{hp}^{\text{Ind}}) [r_2 - (1-hp)(a_2 x_2 + K_2) - b_2 z_2 - c_2] \right\} \quad \text{----- (4.13)} \end{aligned}$$

將第三階段(stage 3)求出的 $y_p^{\text{Ind}} = \frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-p)}{(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)}$ 和

$y_{hp}^{\text{Ind}} = \frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-hp)}{(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)}$ 代入(4.13)式中，得：

$$\begin{aligned} \pi_2(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2) = & \left(\frac{1}{y}\right) \left\{ \gamma \left[\bar{y} - \left(\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-p)}{(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)} \right) \right] [r_2 - (1-p)(a_2 x_2 + K_2) \right. \\ & \left. - b_2 z_2 - c_2] + (1 - \gamma) \left[\bar{y} - \left(\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-hp)}{(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)} \right) \right] [r_2 - (1-hp)(a_2 x_2 + K_2) - \right. \\ & \left. b_2 z_2 - c_2] \right\} \quad \text{----- (4.14)} \end{aligned}$$

接著將(4.14)對第二家銀行訂定的貸款利率微分，得到：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_2(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2)}{\partial r_2} = & \left(\frac{1}{y}\right) \left\{ \gamma \left[-\frac{1}{(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)} \right] [r_2 - (1-p)(a_2 x_2 + K_2) - b_2 z_2 \right. \\ & \left. - c_2] + \gamma \left[\bar{y} - \left(\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-p)}{(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)} \right) \right] [1] + (1 - \gamma) \left[- \right. \\ & \left. \frac{1}{(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)} \right] [r_2 - (1-hp)(a_2 x_2 + K_2) - b_2 z_2 - c_2] + (1 - \gamma) \right\} \end{aligned}$$

$$[\bar{y} - \left(\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1 - hp)}{(x_2 - x_1)(1 - hp) - (z_2 - z_1)} \right)] [1] \} = 0 \text{ -----(4.15)}$$

將(4.15)整理後，可得到：

$$\begin{aligned} & -2r_2 + r_1 + b_2 z_2 + c_2 = \\ & \frac{-(x_2 - x_1) \{ [(1-p)(1+\gamma-hp)] [(a_2 x_2) + (K_2 - K_1)] + \gamma(x_2 - x_1) [-\bar{y}p + \bar{y}hp] + [(x_2 - x_1)(\bar{y} - \bar{y}p) - z_2 + z_1] [1 - \gamma hp] \}}{[(x_2 - x_1)(1 - \gamma hp - (1 - \gamma)p) - z_2 + z_1]} \\ & - \\ & \frac{(-z_2 + z_1) \{ [-\gamma p + \gamma hp + 1 - hp] [(a_2 x_2 + K_2) + (K_2 - K_1)] + \gamma(x_2 - x_1) [-\bar{y}p + \bar{y}hp] + [(x_2 - x_1)(\bar{y} - \bar{y}hp) - z_2 + z_1] \}}{[(z_2 - x_1)(1 - \gamma hp - (1 - \gamma)p) - z_2 + z_1]} \\ & \text{-----(4.16)} \end{aligned}$$

將(4.11)和(4.16)式聯立求解，可解得：

$$r_2^{NE} = \frac{1}{3} \left\{ \frac{A + B + 2E + 2F}{[(x_2 - x_1)(1 - \gamma hp - (1 - \gamma)p) - z_2 + z_1]} \right\} + \frac{1}{3} b_1 z_1 + \frac{2}{3} b_2 z_2 + \frac{1}{3} c_1 + \frac{2}{3} c_2 \text{ -----(4.17)}$$

$$\begin{aligned} r_1^{NE} = & -\frac{1}{3} \left\{ \frac{A + B + 2E + 2F}{[(x_2 - x_1)(1 - \gamma hp - (1 - \gamma)p) - z_2 + z_1]} \right\} + \frac{A + B + E + F}{[(x_2 - x_1)(1 - \gamma hp - (1 - \gamma)p) - z_2 + z_1]} + \frac{2}{3} b_1 z_1 \\ & + \frac{1}{3} b_2 z_2 + \frac{2}{3} c_1 + \frac{1}{3} c_2 \text{ -----(4.18)} \end{aligned}$$

(4.17)式代表第二家銀行的 Nash 均衡利率，而(4.18)式則代表第一家銀行的 Nash 均衡利率。

其中：

A =

$$(x_2 - x_1) \{ (a_1 x_1 + K_1) [(1 - \gamma)(1 - hp)^2 + (1 - p)] - (K_2 - K_1) [(1 - p) - hp(1 - hp)] \}$$

B =

$$(-z_2 + z_1) \{ a_1 x_1 [(1 - hp) - \gamma p(1 - h)] + (K_2 - K_1) [-(1 - hp) + \gamma p(1 + h)] \}$$

E =

$$(x_2 - x_1) \{ [(1 - p)(1 + \gamma - hp)] [(a_2 x_2 + K_2) + (K_2 - K_1)] + \gamma(x_2 - x_1) [-\bar{y}p + \bar{y}hp] + [(x_2 - x_1)(\bar{y} - \bar{y}p) - z_2 + z_1] [1 - \gamma hp] \}$$

F =

$$(-z_2 + z_1) \{ [-\gamma p + \gamma hp + 1 - hp] [(a_2 x_2 + K_2) + (K_2 - K_1)] + \gamma(x_2 - x_1) [-\bar{y}p + \bar{y}hp] + [(x_2 - x_1)(\bar{y} - \bar{y}hp) - z_2 + z_1] \}$$

第一階段(stage 1)：

將第二階段(stage 2)的均衡利率代入此階段的銀行利潤函數，並解得該階段 Nash equilibrium 的催收努力與作業時間。

1. 催收努力的 Nash equilibrium：

由(4.9)式可知第一家銀行的利潤函數為：

$$\begin{aligned} \pi_1(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2) = & \left(\frac{1}{y}\right) \left\{ \gamma \left[\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-p)}{(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)} \right] [r_1 - (1-p)(a_1 x_1 + K_1) - b_1 z_1 \right. \right. \\ & \left. \left. - c_1 \right] + (1-\gamma) \left[\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-hp)}{(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)} \right] [r_1 - (1-hp)(a_1 x_1 + K_1) - b_1 z_1 - c_1] \right\} \end{aligned} \quad (4.9)$$

將(4.9)式對第一家銀行執行催收的努力水準微分，得到：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} &= \frac{\partial \pi_1}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} &= 0 + \frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} \quad (\text{其中由(4.10)式可知} \frac{\partial \pi_1}{\partial r_1} = 0) \\ \frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} &= \frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \pi_1(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2)}{\partial x_1} &= \\ & \left(\frac{1}{y}\right) (-a_1) \left\{ \gamma \left[\frac{\frac{\partial r_2}{\partial x_1} [(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)] + [r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-p)] [(1-p)]}{[(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)]^2} \right] [(1-p)] \right. \\ & \left. + (1-\gamma) \left[\frac{\frac{\partial r_2}{\partial x_1} [(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)] + [r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-hp)] [(1-hp)]}{[(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)]^2} \right] [(1-hp)] \right\} \\ & = 0 \end{aligned} \quad (4.19)$$

其中 r_2^{NE} 、 r_1^{NE} 以及 $\frac{\partial r_2}{\partial x_1}$ 的數學式，可參考附錄一。

將 $\frac{\partial r_2}{\partial x_1}$ 、 $p=1$ 以及 $h=0.5$ 代入(4.21)式，可得到 $\frac{\partial \pi_1}{\partial x_1}$ 的值，如附錄二所示。

由(4.14)可知第二家銀行的利潤函數為：

$$\begin{aligned} \pi_2(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2) = & \left(\frac{1}{y}\right) \left\{ \gamma \left[\bar{y} - \left(\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-p)}{(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)} \right) \right] [r_2 - (1-p)(a_2 x_2 + K_2) \right. \\ & \left. - b_2 z_2 - c_2] + (1-\gamma) \left[\bar{y} - \left(\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-hp)}{(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)} \right) \right] [r_2 - (1-hp)(a_2 x_2 + K_2) - \right. \\ & \left. b_2 z_2 - c_2] \right\} \text{-----(4.14)} \end{aligned}$$

接著將(4.14)式對第二家銀行執行催收的努力水準微分，得到：

$$\frac{d\pi_2}{dx_2} = \frac{\partial \pi_2}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \pi_2}{\partial x_2}$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} = 0 + \frac{\partial \pi_2}{\partial x_2} \quad (\text{其中由(4.15)式可知 } \frac{\partial \pi_2}{\partial r_2} = 0)$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} = \frac{\partial \pi_2}{\partial x_2}$$

$$\frac{\partial \pi_2(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2)}{\partial x_2} =$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{y}\right) (-a_2) \left\{ \gamma \left[\frac{\frac{\partial r_1}{\partial x_2} [(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)] + [r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-p)](1-p)}{[(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)]^2} \right] (1-p) \right. \\ & \left. + (1-\gamma) \left[\frac{\frac{\partial r_1}{\partial x_2} [(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)] + [r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-hp)](1-hp)}{[(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)]^2} \right] (1-hp) \right\} \\ & = 0 \text{-----(4.21)} \end{aligned}$$

其中 r_2^{NE} 、 r_1^{NE} 以及 $\frac{\partial r_1}{\partial x_2}$ 的數學式，可參考附錄三。

將 $\frac{\partial r_1}{\partial x_2}$ 、 $p=1$ 以及 $h=0.5$ 代入(4.26)式，可得到 $\frac{\partial \pi_2}{\partial x_2}$ 的值，如附錄二所示。

2. 作業時間的 Nash equilibrium：

由(4.9)式可知第一家銀行的利潤函數為：

$$\begin{aligned} \pi_1(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2) = & \left(\frac{1}{y}\right) \left\{ \gamma \left[\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-p)}{(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)} \right] [r_1 - (1-p)(a_1 x_1 + K_1) - b_1 z_1 \right. \\ & \left. - c_1] + (1-\gamma) \left[\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-hp)}{(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)} \right] [r_1 - (1-hp)(a_1 x_1 + K_1) - b_1 z_1 - c_1] \right\} \\ & \text{-----(4.9)} \end{aligned}$$

接著將(4.9)式對第一家銀行審核貸款申請的作業時間微分，得到：

$$\frac{d\pi_1}{dz_1} = \frac{\partial\pi_1}{\partial r_1} \times \frac{\partial r_1}{\partial z_1} + \frac{\partial\pi_1}{\partial z_1}$$

$$\frac{\partial\pi_1}{\partial X_1} = 0 + \frac{\partial\pi_1}{\partial z_1} \quad (\text{其中由(4.10)式可知} \frac{\partial\pi_1}{\partial r_1} = 0)$$

$$\frac{\partial\pi_1}{\partial X_1} = \frac{\partial\pi_1}{\partial z_1}$$

$$\frac{\partial\pi_1(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2)}{\partial z_1} =$$

$$\left(\frac{1}{\bar{y}} \right) (-b_1) \left\{ \gamma \left[\frac{\frac{\partial r_2}{\partial z_1} [(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)] - [r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-p)]}{[(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)]^2} \right] \right. \\ \left. + (1-\gamma) \left[\frac{\frac{\partial r_2}{\partial z_1} [(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)] - [r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-hp)]}{[(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)]^2} \right] \right\}$$

$$= 0 \text{-----}(4.23)$$

其中 r_2^{NE} 、 r_1^{NE} 以及 $\frac{\partial r_2}{\partial z_1}$ 的數學式，可參考附錄四。

將 $\frac{\partial r_2}{\partial z_1}$ 、 $p=1$ 以及 $h=0.5$ 代入(4.31)式，可得到 $\frac{\partial\pi_1}{\partial z_1}$ 的值，如附錄二所示。

由(4.14)可知第二家銀行的利潤函數為：

$$\pi_2(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2) = \left(\frac{1}{\bar{y}} \right) \left\{ \gamma \left[\bar{y} - \left(\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-p)}{(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)} \right) \right] [r_2 - (1-p)(a_2 x_2 + K_2) \right. \right. \\ \left. \left. - b_2 z_2 - c_2 \right] + (1-\gamma) \left[\bar{y} - \left(\frac{r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-hp)}{(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)} \right) \right] [r_2 - (1-hp)(a_2 x_2 + K_2) - \right. \right. \\ \left. \left. b_2 z_2 - c_2 \right] \right\} \text{-----}(4.14)$$

接著將(4.14)對第二家銀行審核貸款申請的作業時間微分，得到：

$$\frac{d\pi_2}{dz_2} = \frac{\partial\pi_2}{\partial r_2} \times \frac{\partial r_2}{\partial z_2} + \frac{\partial\pi_2}{\partial z_2}$$

$$\frac{\partial\pi_2}{\partial X_1} = 0 + \frac{\partial\pi_2}{\partial z_2} \quad (\text{其中由(4.15)式可知} \frac{\partial\pi_2}{\partial r_2} = 0)$$

$$\frac{\partial\pi_2}{\partial X_1} = \frac{\partial\pi_2}{\partial z_2}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \pi_2(r_1, r_2; x_1, x_2; z_1, z_2)}{\partial z_2} = \\
& \left(\frac{1}{\bar{y}} \right) (-b_2) \left\{ \gamma \left[\frac{\frac{\partial r_1}{\partial z_2} [(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)] + [r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-p)]}{[(x_2 - x_1)(1-p) - (z_2 - z_1)]^2} \right] \right. \\
& \quad \left. + (1-\gamma) \left[\frac{\frac{\partial r_1}{\partial z_2} [(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)] + [r_2 - r_1 - (K_2 - K_1)(1-hp)]}{[(x_2 - x_1)(1-hp) - (z_2 - z_1)]^2} \right] \right\} \\
& = 0 \text{-----(4.25)}
\end{aligned}$$

其中 r_2^{NE} 、 r_1^{NE} 以及 $\frac{\partial r_1}{\partial z_2}$ 的數學式，可參考附錄五。

將 $\frac{\partial r_1}{\partial z_2}$ 式、 $p=1$ 以及 $h=0.5$ 代入(4.36)式，可得到 $\frac{\partial \pi_2}{\partial z_2}$ 的值，如附錄二所示。

接著將 $\{\bar{y}, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, K_1, K_2\} = \{5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$ 代入前述四條方程式(即附錄二所示的那四條方程式)後，會得到附錄六的結果。

最後將 $\{\bar{y}, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, K_1, K_2\} = \{5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$ 代入前述四條方程式後，並求聯立解，可求出 x_1^0 、 x_2^0 、 z_1^0 、 z_2^0 ，如附錄六所示。



第四節 比較靜態分析

在本節中，針對催收邊際成本、審核邊際成本、資金的邊際成本以及要求的抵押品價值做比較靜態數值解，並分別討論這些參數(即催收邊際成本、審核邊際成本、資金的邊際成本以及要求的抵押品價值)變動時，對第一家銀行以及第二家銀行的催收努力水準、審核貸款申請的作業時間以及貸款利率有何影響。

情況一：假設第二家銀行的催收邊際成本(a_2)維持在初始值(即 $a_2=0$)的情況下，針對第一家銀行的催收邊際成本(a_1)由初始值(即 $a_1=0$)開始逐漸增加時，對第一家銀行以及第二家銀行的催收努力水準、審核貸款申請的作業時間以及貸款利率的影響。

1. 兩家銀行的催收努力量的改變： x_1 vs x_2

當 $a_1 \in (0, 20)$ 時：

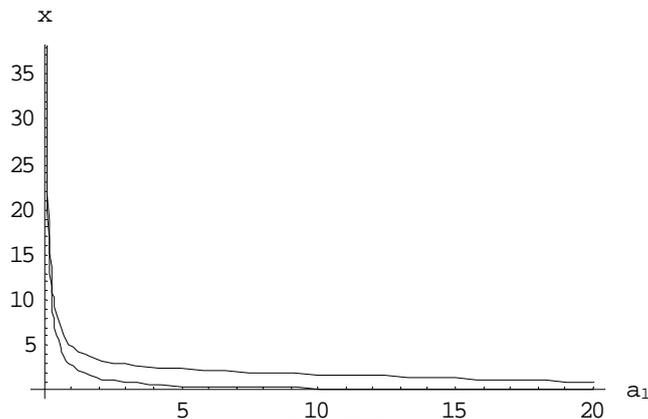


圖 4-1 第一家銀行的催收邊際成本變動對兩家銀行的催收努力量的影響

其中較高的曲線代表 x_2 ；而較低的曲線則代表 x_1 。並解得當 $a_1=10$ 時， $x_1=0.214706$ 及 $x_2=1.77212$ 。

由圖 4-1 可看出(1)當第一家銀行的催收邊際成本(a_1)增加時，會造成 x_1 減少且 x_2 也跟著減少，這是符合直覺上的意義，因為 a_1 為第一家銀行的催收邊際成本， a_1 增加表示第一家銀行的催收邊際成本增加，這會導致第一家銀行的催收努力減少，因為一樣的催收努力卻要付較高的成本，反而使得第一家銀行的利潤減少，所以第一家銀行會減少催收努力，由於第一家銀行減少催收努力，故第二家銀行也會想減少催收努力，這是因為第二家銀行減少催收努力可以減少催收的成本且增加利潤。(2)當第一家銀行的催收邊際成本(a_1)增加時，會造成 $x_2 > x_1$ ，這是符合直覺上的意義，因為第二家銀行和第一家銀行競爭，且第二家銀行的催收邊際成本並沒有增加，因此第二家銀行減少一點催收努力，就會減少催收成本和增加利潤，所以第二家銀行減少催收努力的幅度是小於第一家銀行減少催收努力的幅度，亦即第二家銀行的催收努力大於第一家銀行的催收努力。此情況與現實情況吻合，

因為本文將第一家銀行設為一般的銀行、第二家銀行設為地下錢莊，而在現實生活中地下錢莊的催收努力的確大於一般銀行的催收努力。

2. 兩家銀行對貸款申請計畫的審核努力量(或所付出的時間)的改變： z_1 vs z_2
當 $a_1 \in (0, 20)$ 時：

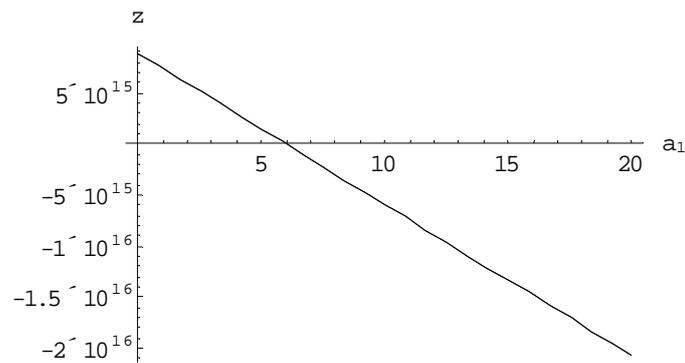


圖 4-2 第一家銀行的催收邊際成本變動對兩家銀行貸款申請計畫的審核努力量的影響

其中 z_1 線與 z_2 線是重合的，亦即當 $a_1 \in (0, 20)$ 時， $z_1 = z_2$ 。

由圖 4-2 可看出(1)當第一家銀行的催收邊際成本(a_1)增加時，不會造成 z_1 以及 z_2 的增加，反而造成 z_1 以及 z_2 的減少，這是符合直覺上的意義，因為催收邊際成本(a_1)增加會使得第一家銀行的催收努力減少，並減少貸款者的還款意願，而第一家銀行為了和第二名銀行競爭，所以第一家銀行會減少審核貸款申請的作業時間，因為減少審核貸款申請的作業時間會增加貸款者的貸款意願，以增加第一家銀行的利潤，而第二名銀行為了和第一家銀行競爭也會減少審核貸款申請的作業時間以增加貸款者的貸款意願與第二名銀行的利潤。(2)當第一家銀行的催收邊際成本(a_1)增加時，不會造成 $z_1 > z_2$ ，反而一直維持 $z_1 = z_2$ ，這是符合直覺上的意義，因為當催收邊際成本(a_1)增加會使得第一家銀行的催收努力減少，並減少貸款者的還款意願，而第一家銀行為了增加貸款者的貸款意願，會減少其審核貸款申請的作業時間。雖然第一家銀行減少審核貸款申請的作業時間時，會使得第二名銀行也減少其審核貸款申請的作業時間，但是因為兩家銀行的審核邊際成本皆為固定不變，所以兩家銀行審核貸款的作業時間是維持相等的。此情況與現實情況不吻合，因為本文將第一家銀行設為一般的銀行、第二名銀行設為地下錢莊，而在現實生活中一般銀行的審核貸款申請的作業時間大於地下錢莊的審核貸款申請的作業時間。

3. 兩家銀行的利率的改變： r_1 vs r_2

當 $a_1 \in (0, 20)$ 時：

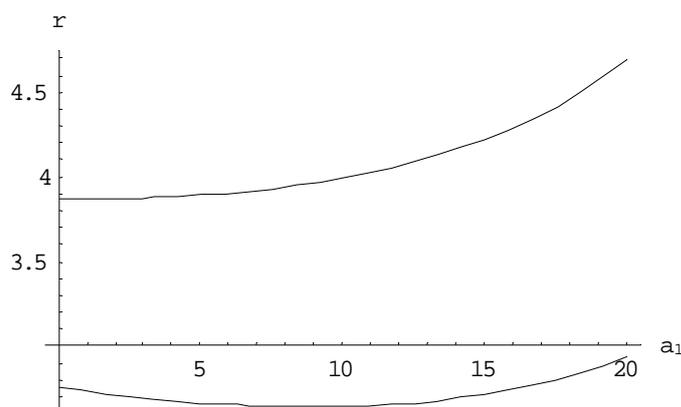


圖 4-3 第一家銀行的催收邊際成本變動對兩家銀行的利率的影響

其中較高的曲線代表 r_2 ；而較低的曲線則代表 r_1 。並解得當 $a_1=2$ 時， $r_1=2.71124$ 及 $r_2=3.87203$ (註：這只是模擬數值分析，請不必在乎這些數字是否符合現實世界的利率)。

由圖 4-3 可看出(1)當第一家銀行的催收邊際成本(a_1)增加時，會造成 r_1 增加且 r_2 也跟著增加，這是符合直覺上的意義，因為催收邊際成本(a_1)增加使得第一家銀行為了增加其利潤，會提高其貸款利率，因為提高貸款利率表示可收回的貸款金額變多了，也就表示利潤增加了，而第二家銀行為了和第一家銀行競爭以增加利潤，也會提高其貸款利率，故第一家銀行的催收邊際成本增加的確會使得第一家銀行和第二家銀行的貸款利率都增加。(2)當第一家銀行的催收邊際成本(a_1)增加時，會造成 $r_2 > r_1$ ，這是符合直覺上的意義，因為第二家銀行的催收努力相對高於第一家銀行的催收努力，亦即第二家銀行的催收成本相對高於第一家銀行的催收成本，故第二家銀行的貸款利率會比第一家銀行的貸款利率高。此情況與現實情況符合，因為本文將第一家銀行設為一般的銀行、第二家銀行設為地下錢莊，而在現實生活中地下錢莊的貸款利率的確高於一般銀行的貸款利率。

情況二：假設第一家銀行的審核邊際成本(b_1)維持在初始值(即 $b_1=0$)的情況下，針對第二家銀行的審核邊際成本(b_2)由初始值(即 $b_2=0$)開始逐漸增加時，對第一家銀行以及第二家銀行的催收努力水準、審核貸款申請的作業時間以及貸款利率的影響。

1. 兩家銀行的催收努力量的改變： x_1 vs x_2

當 $b_2 \in (0, 10)$ 時：

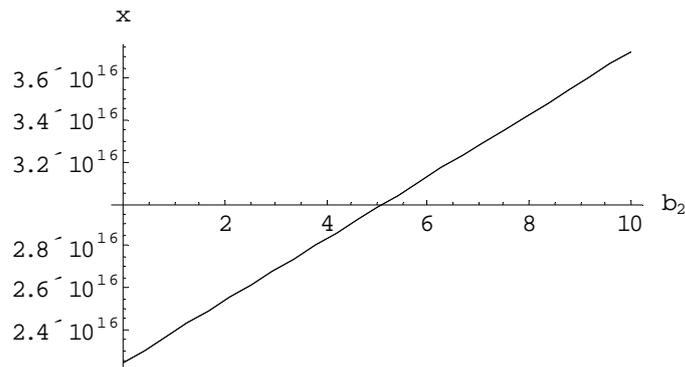


圖 4-4 第二家銀行的審核邊際成本變動對兩家銀行的催收努力量的影響

其中 x_1 線與 x_2 線是重合的，亦即當 $b_2 \in (0, 10)$ 時， $x_1 = x_2$ 。

由圖 4-4 可看出(1)當第二家銀行的審核邊際成本(b_2)增加時，會造成 x_1 增加且 x_2 也跟著增加，這是符合直覺上的意義，第二家銀行的審核邊際成本增加，使得第二家銀行會降低審核貸款申請的作業時間，並增加貸款者的貸款意願，因為一樣的審核貸款申請的作業時間卻要付較高的成本，反而使得第二家銀行的利潤減少，而第二家銀行為了和第一家銀行競爭，會採取增加催收努力，以增加貸款者的還款意願和第二家銀行的利潤，而第一家銀行為了和第二家銀行競爭，也採取增加催收努力，以增加貸款者的還款意願和增加第一家銀行的利潤。(2)當第二家銀行的審核邊際成本(b_2)增加時，不會造成 $x_2 > x_1$ ，反而一直維持 $x_1 = x_2$ ，這是符合直覺上的意義，第二家銀行的審核邊際成本增加，使得第二家銀行會降低審核貸款申請的作業時間，改增加催收努力以增加利潤，而第一家銀行為了和第二家銀行競爭也會增加催收努力以增加利潤。因為兩家銀行的催收邊際成本皆為固定不變，所以兩家銀行的催收努力是維持相等的。此情況與現實情況不吻合，因為本文將第一家銀行設為一般的銀行，第二家銀行設為地下錢莊，而在現實生活中地下錢莊的催收是大於一般銀行的催收的。

2. 兩家銀行對貸款申請計畫的審核努力量(或所付出的時間)的改變： z_1 vs z_2
 當 $b_2 \in (0, 1)$ 時：

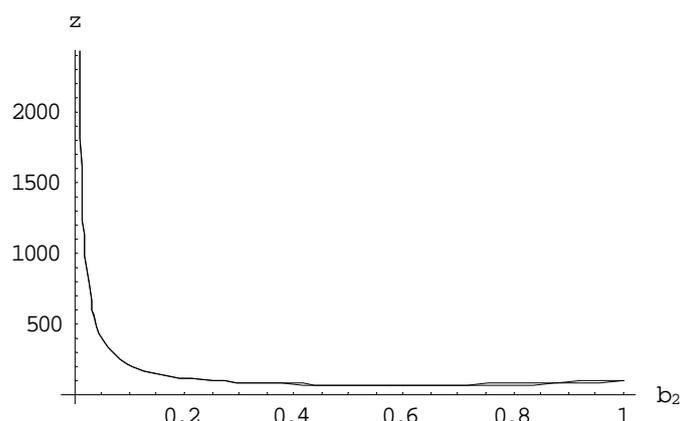


圖 4-5 第二家銀行的審核邊際成本變動對兩家銀行貸款申請計畫的審核努力量的影響

由圖 4-5 可看出(1)當第二家銀行的審核邊際成本(b_2)增加時，會造成 z_2 減少且 z_1 也跟著減少，這是符合直覺上的意義，第二家銀行的審核邊際成本增加，使得第二家銀行會降低審核貸款申請的作業時間並增加貸款者的貸款意願，因為一樣的審核貸款申請的作業時間卻要付較高的成本，反而使得第二家銀行的利潤減少，所以第二家銀行會降低審核貸款申請的作業時間，由於第一家銀行為了和第二家銀行競爭，故第一家銀行也會降低審核貸款申請的作業時間並增加貸款者的貸款意願。(2)當第二家銀行的審核邊際成本(b_2)增加時，不會造成 $z_1 > z_2$ ，反而一直維持 $z_1 = z_2$ ，這是符合直覺上的意義，因為第一家銀行為了和第二家銀行競爭，會減少一點點審核貸款申請的作業時間以增加貸款者的貸款意願，而第一家銀行的審核邊際成本並沒有增加，所以第一家銀行的審核貸款申請的作業時間減少的幅度是小於第二家銀行審核貸款申請的作業時間減少的幅度，使得第一家銀行的審核貸款申請的作業時間還是高於第二家銀行的審核貸款申請的作業時間，但是兩者的差異在圖形上並不明顯。此情況與現實情況不吻合，因為本文將第一家銀行設為一般的銀行，第二家銀行設為地下錢莊，而在現實生活一般銀行的審核貸款申請的作業時間是大於地下錢莊的審核貸款申請的作業時間。

3. 兩家銀行的利率的改變： r_1 vs r_2

當 $b_2 \in (0.8, 1.38)$ 時：

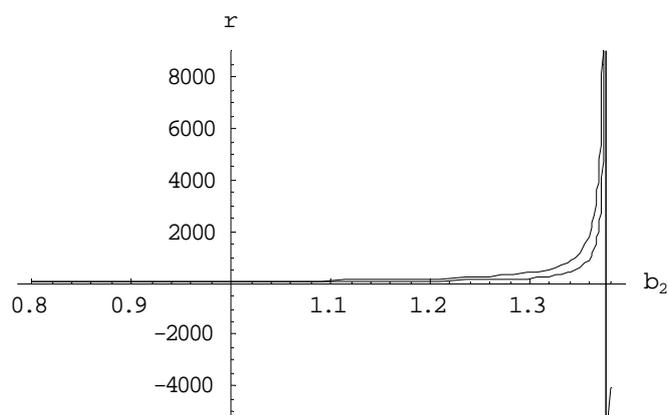


圖 4-6 第二家銀行的審核邊際成本變動對兩家銀行的利率的影響

其中較高的曲線代表 r_2 ；而較低的曲線則代表 r_1 。並解得當 $b_2 = 1.32$ 時， $r_1 = 278.326$ 及 $r_2 = 556.652$ (註：這只是模擬數值分析，請不必在乎這些數字是否符合現實世界的利率)。

由圖 4-6 可看出(1)當第二家銀行的審核邊際成本(b_2)增加時，會造成 r_2 增加且 r_1 也跟著增加，這是符合直覺上的意義，第二家銀行的審核邊際成本增加，使得第二家銀行為了增加其利潤，會提高其貸款利率，因為提高貸款利率表示可收回的貸款金額變多了，也就表示利潤增加了，而第一家銀行為了和第二名銀行競爭也會提高其貸款利率以增加其利潤，故第二家銀行的審核邊際成本增加的確會使得第一家銀行和第二名銀行的貸款利率都增加。(2)當第二家銀行的審核邊際成本(b_2)增加時，會造成 $r_2 > r_1$ ，這是符合直覺上的意義，因為第二家銀行的審核貸款申請的作業時間相對比第一家銀行的審核貸款申請的作業時間還短，亦即第二名銀行相對第一家銀行獲得較多的貸款申請，使得第二名銀行的貸款利率相對比較高。此情況與現實情況吻合，因為本文將第一家銀行設為一般的銀行，第二名銀行設為地下錢莊，而在現實生活中地下錢莊的貸款利率的確高於一般銀行的貸款利率。

情況三：假設第一家銀行的資金邊際成本(或存款利率(c_1))維持在初始值(即 $c_1 = 0$)的情況下，針對第二家銀行的資金邊際成本(或存款利率(c_2))由初始值(即 $c_2 = 0$)開始逐漸增加時，對第一家銀行以及第二家銀行的催收努力水準、審核貸款申請的作業時間以及貸款利率的影響。

1. 兩家銀行的催收努力量的改變： x_1 vs x_2

當 $c_2 \in (10, 20)$ 時：

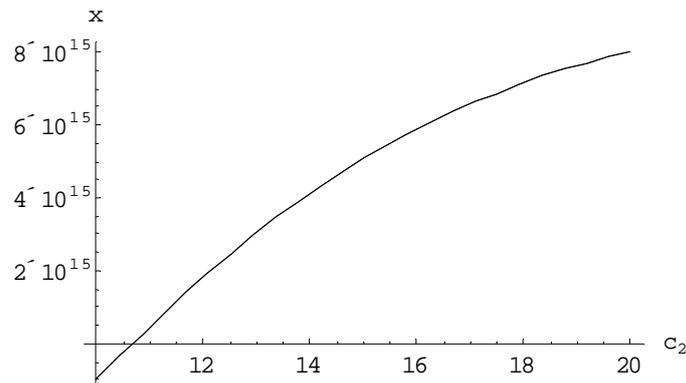


圖 4-7 第二家銀行的資金邊際成本(或存款利率)變動對兩家銀行的催收努力量的影響

由圖 4-7 可看出(1)當第二家銀行的資金的邊際成本(或存款利率(c_2))增加時，會造成 x_2 增加且 x_1 也跟著增加，這是符合直覺上的意義，第二家銀行的資金的邊際成本(或存款利率)增加，意謂第二家銀行所貸放出去的資金的成本增加，使得第二家銀行會增加催收努力，以增加貸款者的還款意願和增加第二家銀行的利潤，而第一家銀行為了和第二家銀行競爭也會增加其催收努力，以增加貸款者的還款意願和增加第一家銀行的利潤。(2)當第二家銀行的資金的邊際成本(或存款利率(c_2))增加時，不會造成 $x_2 > x_1$ ，反而一直維持 $x_1 = x_2$ ，這是符合直覺上的意義，第二家銀行的資金的邊際成本(或存款利率)增加，意謂第二家銀行貸放出去的資金的成本增加，因此第二家銀行會提高催收努力，目的是為了能收回更多的貸款金額，而第一家銀行為了和第二家銀行競爭也會提高催收努力，因為兩家銀行的催收邊際成本皆為固定不變，所以兩家銀行的催收努力是維持相等的。此情況與現實情況不吻合，因為本文將第一家銀行設為一般的銀行，第二家銀行設為地下錢莊，而在現實生活中地下錢莊的催收是大於一般銀行的催收。

2. 兩家銀行對貸款申請計畫的審核努力量(或所付出的時間)的改變： z_1 vs z_2
 當 $c_2 \in (2, 10)$ 時：

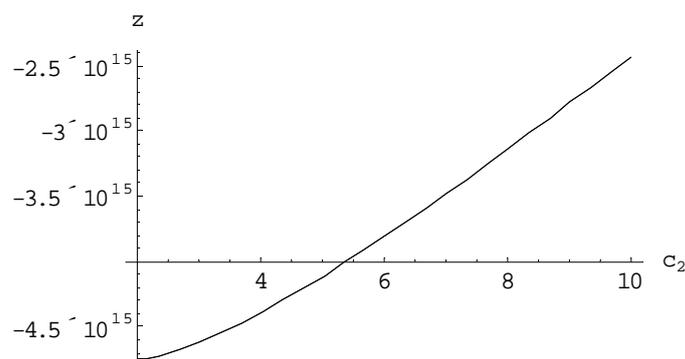


圖 4-8 第二家銀行的資金邊際成本(或存款利率)變動對兩家銀行貸款申請計畫的審核努力量的影響

由圖 4-8 可看出(1)當第二家銀行的資金的邊際成本(或存款利率(c_2))增加時，會造成 z_2 增加且 z_1 也跟著增加，這是符合直覺上的意義，第二家銀行的資金的邊際成本(或存款利率)增加，意謂第二家銀行所貸放出去的資金的成本增加，使得第二家銀行會增加審核貸款申請的作業時間，目的是為了減少貸款者的貸款意願以減少貸放成本，而第一家銀行為了和第二家銀行競爭，也會增加其審核貸款申請的作業時間以減少貸款者的貸款意願和貸放成本。(2)當第二家銀行的資金的邊際成本(或存款利率(c_2))增加時，不會造成 $z_1 > z_2$ ，反而一直維持 $z_1 = z_2$ ，這是符合直覺上的意義，第二家銀行的資金的邊際成本(或存款利率)增加，意謂第二家銀行貸放出去的資金的成本增加，使得第二家銀行會提高審核貸款申請的作業時間，目的是為了減少貸款者的貸款意願以減少貸放成本，而第一家銀行為了和第二家銀行競爭，也會提高審核貸款申請的作業時間以減少貸款者的貸款意願和貸放成本，因為兩家銀行的審核邊際成本皆為固定不變，所以兩家銀行的審核貸款申請的作業時間是維持相等的。此情況與現實情況不吻合，因為本文將第一家銀行設為一般的銀行，第二家銀行設為地下錢莊，而在現實生活中一般銀行的審核貸款申請的作業時間是大於地下錢莊的審核貸款申請的作業時間。

3. 兩家銀行的利率的改變： r_1 vs r_2

當 $c_2 \in (4, 20)$ 時：

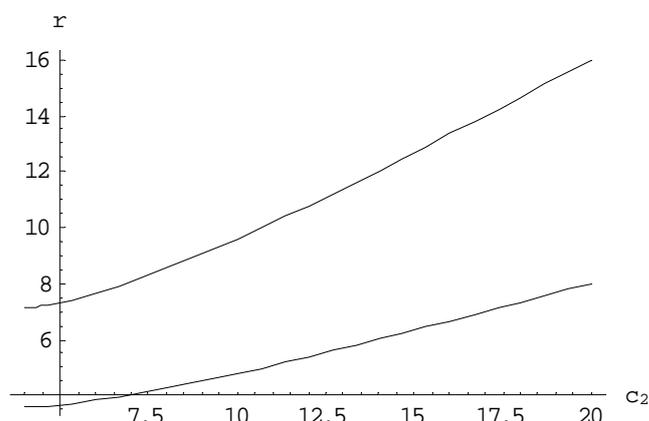


圖 4-9 第二家銀行的資金邊際成本(或存款利率)變動對兩家銀行的利率的影響

其中較高的曲線代表 r_2 ；而較低的曲線則代表 r_1 。並解得當 $c_2=10$ 時， $r_1=4.79877$ 及 $r_2=9.59753$ (註：這只是模擬數值分析，請不必在乎這些數字是否符合現實世界的利率)。

由圖 4-9 可看出(1)當第二家銀行的資金的邊際成本(或存款利率(c_2))增加時，會造成 r_2 增加且 r_1 也跟著增加，這是符合直覺上的意義，第二家銀行的資金的邊際成本(或存款利率)增加，意謂第二家銀行所貸放出去的資金的成本增加，而第二家銀行為了增加其利潤，因此會提高其貸款利率，而第一家銀行為了和第二家銀行競爭，也會提高其貸款利率，故第二家銀行的資金的邊際成本(或存款利率)增加的確會使得第一家銀行和第二家銀行的貸款利率都增加。(2) 當第二家銀行的資金的邊際成本(或存款利率(c_2))增加時，會造成 $r_2 > r_1$ ，這是符合直覺上的意義，因為第二家銀行的資金邊際成本(或存款利率)相對比第一家銀行的資金邊際成本(或存款利率)還高，意謂第二家銀行的貸款利率相對會比較高。此情況與現實情況吻合，因為本文將第一家銀行設為一般的銀行，第二家銀行設為地下錢莊，而在現實生活中地下錢莊的貸款利率的確高於一般銀行的貸款利率。

情況四：假設第二家銀行要求的抵押品價值(K_2)維持在初始值(即 $K_2=0$)的情況下，針對第一家銀行要求的抵押品價值(K_1)由初始值(即 $K_1=0$)開始逐漸增加時，對第一家銀行以及第二家銀行的催收努力水準、審核貸款申請的作業時間以及貸款利率的影響。

1. 兩家銀行的催收努力量的改變： x_1 vs x_2

當 $K_1 \in (24, 26.5)$ 時：

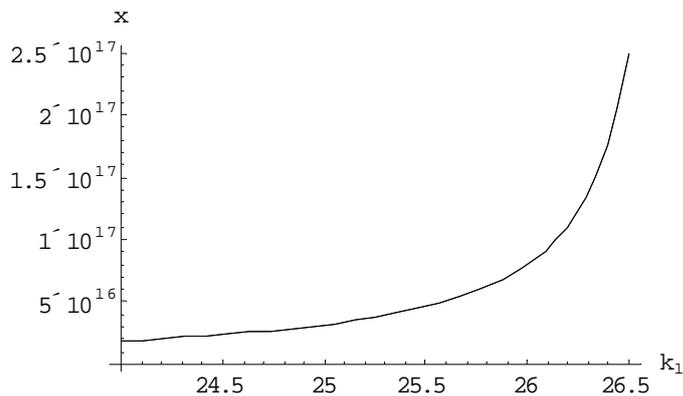


圖 4-10 第一家銀行要求的抵押品價值變動對兩家銀行的催收努力量的影響

由圖 4-10 可看出(1)當第一家銀行要求的抵押品價值(K_1)增加時，不會造成 x_1 以及 x_2 減少，反而造成 x_1 增加而 x_2 也跟著增加，這是符合直覺上的意義，第一家銀行要求的抵押品價值增加，意謂貸款者若不還款銀行可以自行處分其抵押品，這將造成貸款者減少還款意願，因而第一家銀行會增加催收努力，以增加貸款者的還款意願和增加第一家銀行的利潤，而第二家銀行為了和第一家銀行競爭，也會增加催收努力，以增加貸款者的還款意願和增加第二家銀行的利潤。(2)當第一家銀行要求的抵押品價值(K_1)增加時，不會造成 $x_2 > x_1$ ，反而一直維持 $x_1 = x_2$ ，這是符合直覺上的意義，第一家銀行要求的抵押品價值增加，意謂貸款者若不還款銀行可以自行處分其抵押品，這將造成貸款者減少還款意願，因而第一家銀行會增加催收努力，以增加貸款者的還款意願和增加第一家銀行的利潤，而第二家銀行為了和第一家銀行競爭，也會增加催收努力，以增加貸款者的還款意願和增加第二家銀行的利潤，因為兩家銀行的催收邊際成本皆為固定不變，所以兩家銀行的催收努力是維持相等的。此情況與現實情況不吻合，因為本文將第一家銀行設為一般的銀行，第二家銀行設為地下錢莊，而在現實生活中地下錢莊的催收是大於一般銀行的催收才是合理的。

2. 兩家銀行對貸款申請計畫的審核努力量(或所付出的時間)的改變： z_1 vs z_2
 當 $K_1 \in (6, 13)$ 時：

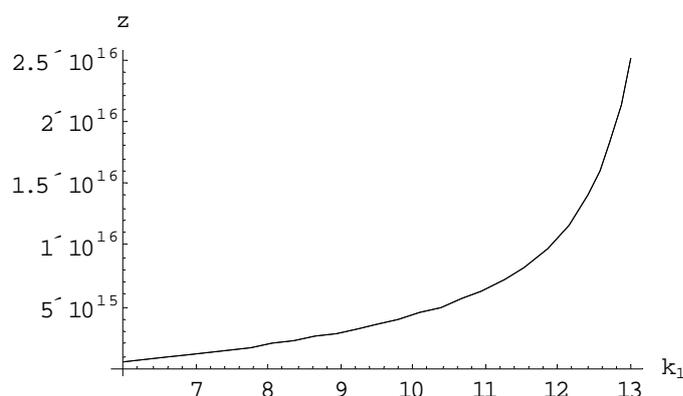


圖 4-11 第一家銀行要求的抵押品價值變動對兩家銀行貸款申請計畫的審核努力量的影響

由圖 4-11 可看出(1)當第一家銀行要求的抵押品價值(K_1)增加時，不會造成 z_1 以及 z_2 減少，反而一直維持 $z_1 = z_2$ ，這是符合直覺上的意義，第一家銀行要求的抵押品價值增加，意謂貸款者若不還款，銀行可以自行處分其抵押品，這將造成貸款者減少還款意願，因而第一家銀行會增加審核貸款申請的作業時間，以減少擁有較少抵押品價值的貸款者的貸款意願，及增加擁有較多抵押品價值的貸款者的貸款意願，進而增加第一家銀行的利潤，而第二家銀行為了和第一家銀行競爭，也會增加審核貸款申請的作業時間，以增加第二家銀行的利潤。(2)當第一家銀行要求的抵押品價值(K_1)增加時，不會造成 $z_1 > z_2$ ，反而一直維持 $z_1 = z_2$ ，這是符合直覺上的意義，第一家銀行要求的抵押品價值增加，意謂貸款者若不還款，銀行可以自行處分其抵押品，這將造成貸款者減少還款意願，因而第一家銀行會增加審核貸款申請的作業時間，以減少擁有較少抵押品價值的貸款者的貸款意願，及增加擁有較多抵押品價值的貸款者的貸款意願，進而增加第一家銀行的利潤，而第二家銀行為了和第一家銀行競爭，也會增加審核貸款申請的作業時間，以增加第二家銀行的利潤，因為兩家銀行的審核邊際成本皆為固定不變，所以兩家銀行的審核貸款申請的作業時間是維持相等的。此情況與現實情況不吻合，因為本文將第一家銀行設為一般的銀行，第二家銀行設為地下錢莊，而在現實生活中一般銀行的審核貸款申請的作業時間是大於地下錢莊的審核貸款申請的作業時間才是合理的。

3. 兩家銀行的利率的改變： r_1 vs r_2

當 $K_1 \in (0, 0.9)$ 時：

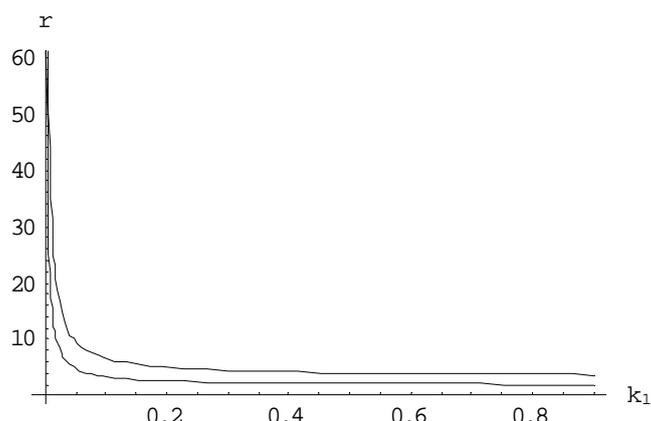


圖 4-12 第一家銀行要求的抵押品價值變動對兩家銀行的利率的影響

其中較高的曲線代表 r_2 ；而較低的曲線則代表 r_1 。並解得當 $K_1=0.2$ 時， $r_1=2.58995$ 及 $r_2=5.04967$ (註：這只是模擬數值分析，請不必在乎這些數字是否符合現實世界的利率)。

由圖 4-12 可看出(1)當第一家銀行要求的抵押品價值(K_1)增加時，會造成 r_1 減少且 r_2 也跟著減少，這是符合直覺上的意義，第一家銀行要求的抵押品價值增加，意謂貸款者若不還款，銀行可以自行處分其抵押品，使得第一家銀行反而降低其貸款利率，以增加貸款意願和第一家銀行的利潤，然而第二家銀行為了和第一家銀行競爭，也會降低其貸款利率，以增加貸款意願和第一家銀行的利潤，故第一家銀行要求的抵押品價值增加的確會使得第一家銀行和第一家銀行的貸款利率都減少。(2)當第一家銀行要求的抵押品價值(K_1)增加時，會造成 $r_2 > r_1$ ，這是符合直覺上的意義，第一家銀行要求的抵押品價值增加，意謂貸款者若不還款，銀行可以自行處分其抵押品，使得第一家銀行反而降低其貸款利率，以增加貸款意願和第一家銀行的利潤，然而第二家銀行為了和第一家銀行競爭，也會降低其貸款利率，以增加貸款意願和第一家銀行的利潤，但是因為第二家銀行要求的抵押品價值並沒有增加，所以其貸款利率降低的幅度小於第一家銀行降低的幅度，因此第二家銀行的貸款利率會高於第一家銀行的貸款利率。此情況與現實情況吻合，因為本文將第一家銀行設為一般的銀行，第二家銀行設為地下錢莊，而在現實生活中地下錢莊的貸款利率的確高於一般銀行的貸款利率。

第五節 小結

從本章第四節比較靜態分析中，我們發現到幾個重要的結論：(1)當第一家銀行的催收邊際成本(a_1)增加時，會造成(i)第一家銀行的催收努力減少，第二家銀行的催收努力也跟著減少，且第二家銀行的催收努力大於第一家銀行的催收努力、(ii)第一家銀行的貸款利率增加，第二家銀行的貸款利率也跟著增加，且第二家銀行的貸款利率是大於第一家銀行的貸款利率。(2)當第二家銀行的審核邊際成本(b_2)增加時，會造成：第二家銀行的貸款利率增加，第一家銀行的貸款利率也跟著增加，且第二家銀行的貸款利率大於第一家銀行的貸款利率。(3)第二家銀行的資金的邊際成本(或存款利率(c_2))增加時，會造成：第二家銀行的貸款利率增加，第一家銀行的貸款利率也跟著增加，且第二家銀行的貸款利率大於第一家銀行的貸款利率。(4)第一家銀行要求的抵押品價值(K_1)增加時，會造成：第一家銀行的貸款利率減少，第二家銀行的貸款利率也跟著減少，且第二家銀行的貸款利率大於第一家銀行的貸款利率。且上述四種結論皆與現實生活的情況符合。

在研究結果方面，本文與 Hyytinen and Toivanen (2004)的相同點為(1)銀行的催收邊際成本與銀行的貸款利率呈現正向變動的關係。(2)銀行的資金成本與銀行的貸款利率呈現正向變動的關係。另外本研究結果還發現：(1)銀行的催收邊際成本與銀行的催收努力呈現反向變動的關係。(2)銀行的審核邊際成本與銀行的貸款利率呈現正向變動的關係。(3)抵押品的價值與銀行的貸款利率呈現反向變動的關係。這些發現正是本文與文獻上的差異，也是本論文之主要貢獻。