第三章　僅考慮催收償還的銀行利率競爭模型

本章主要研究當僅考慮銀行催收還款的方式下，對於資金需求者的貸款申請意願的影響以及銀行利率競爭的情況。本文之模型是參考(Hyytinen and Toivanen (2004))以及(Besanko and Thakor (1987))等文章所設定的，目的在於分析當僅考慮催收償還時對銀行利率競爭的影響。其中第一節為模型的基本假設的介紹；第二節則在說明本章模型的設定；第三節為催收償還的賽局均衡；第四節為比較靜態分析；第五節針對本章節做一小結。

第一節　　基本假設

(1) 假設社會上僅有兩家銀行，一家是類似銀行(低利率且催收努力也較低的銀行)另一家則是類似地下錢莊(高利率且催收努力較高的銀行)，且有許多資金需求者，每位資金需求者有一項只需要投入 1 元投資計畫，該投資計畫具有風險，因為假如成功就會獲得收益大於 0，假如失敗則收益為 0。假設雖然資金需求者擁有財產(W)，但他不將 W 用作投資資金而是向兩家銀行中的其中一家貸款 1 元以進行投資計畫(因為他不想動用到其「老本(W)」)。並假設若投資的話，並不會產生機會成本(也就是 W 並不會再產生收益)。假設所有的資金需求者都是風險中立(risk neutral)，且他們彼此是有差異的(heterogeneous)，亦即每位資金需求者的身價(private benefit)是不相同的，假設身價以薪資(y)來表示，所以將所有的資金需求者按照身價(y)由最低身價(y＝0)排到最高身價(y＝$\bar{y}$)，因為其中的每一元的 y 都代表一個資金需求者，所以可知社會上總共有 $\bar{y}$ 位資金需求者。由於身價愈高者面對銀行的催收(假如他投資失敗而無法還款)，感受到的壓力愈大(假設該心理壓力可以以金額表示精神成本)，所以身價(y)可以以承受銀行每單位催收努力所產生的精神成本(資金需求者也是從 y＝0 到 y＝$\bar{y}$分布)來表示。其中$\bar{y}$為每位資金需求者的身價(private benefit)，係指廠商的經理幹部幫廠商向銀行貸到款後對於經理幹部個人利益的提升程度，例如調升職位或薪資等；由此可知$\bar{y}$也等於銀行面對的潛在貸款者的人數，亦即銀行貸放的額度(假設每一個貸款者只申貸一元)。因為在不對稱訊息(asymmetric information)的情況下，所以銀行不知道每位資金需求者的身價，只知道其身價發生的機率是呈現在$[0, \bar{y}]$上的均勻分配(uniform distribution)，且機率為 1/$\bar{y}$。又銀行知道某些比例的資金需求者其投資成功的機率較高，其餘的資金需求者其投資成功的機率較低。

(2) 銀行在投資計畫結束時，向貸款者收取利息與收回本金 1 元，假設該本利和小於貸款者投資成功時獲得的收益，也小於貸款者的財產(W)。

(3) 本文之研究專注於「對貸款者投資失敗時無法償還的本利和進行催收(debt collection)」(因為本研究假設貸款者擁有財產(W)，是否償還本利和則視貸款者的意願)作為銀行服務品質，並假設銀行的成本包含貸款成本(包括存款利息支付及行政)，以及催收成本。

(4) 假設為三階段的賽局(three-stage game)：第一階段(stage 1)為銀行決定催收的努力程度，以及兩家銀行進行催收努力的競爭並達到 Nash equilibrium 的階段；第二階段(stage 2)為在已知催收的努力程度 Nash equilibrium 下，銀行決定利率，以及兩家銀行進行利率競爭並達到 Nash equilibrium 的階段；第三階段(stage 3)為在已知催收的努力程度與利率皆達到 Nash equilibrium 下，貸款者決定向那家銀行貸款，以及產生向任何一家銀行貸款感覺無差異的貸款者(因為向任何一家銀行貸款所獲得的效用相等)的階段。

第二節　模型設定

由於本章假設資金需求者有兩種類型，一種是帶有投資成功的機率為 p 的資金需求者，另一種是帶有投資成功的機率為 hp 的資金需求者，而每種類型的資金需求者可選擇要接受第一家銀行提供的貸款服務或者是接受第二家銀行提供的貸款服務，故模型的設定如下：

1. 資金需求者由貸款獲得的(間接)效用函數(水準)：
   (1) 資金需求者選擇第一家銀行提供的貸款服務後獲得的(間接)效用水準：
   (a) 帶有投資成功的機率為 p 的資金需求者 i 獲得的(間接)效用水準為：$U_p^i(1)$

$$U_p^i(1) = p(R-r_1)-(1-p)(r_1-x_1y_p^i)$$

其中：R＝ 投資成功後獲得的收益，且 R＞0。
r_1 ＝ 第一家銀行訂定的貸款利率(=本利和)。
p＝ 投資成功的機率，且 0＜p＜1。
1－p＝ 投資失敗的機率，且 0＜1－p＜1。
x_1 ＝ 第一家銀行執行催收的努力水準，$x_1 \in [\underline{x}, \bar{x}]$，且 $\underline{x}$，$\bar{x}$ ＞ 0。
y_p^i ＝ 帶有投資成功的機率為 p 的資金需求者 i 的身價。
＝ 銀行每單位催收努力對該貸款者產生的精神成本。

(b) 帶有投資成功的機率為 hp(其中 h 是參數，且 0＜h＜1)的資金需求者 i 獲得的(間接)效用水準為$U_{hp}^i(1)$：

$$U_{hp}^{i}(1) = hp(R-r_1)-(1-hp)(r_1-x_1y_{hp}^{i})$$

其中：R＝ 投資成功後獲得的收益，且 R＞0。

r_1 ＝ 第一家銀行訂定的貸款利率(=本利和)。

hp＝ 投資成功的機率，且 0＜hp＜1。

1－hp＝ 投資失敗的機率，且 0＜1－hp＜1。

x_1 ＝ 第一家銀行執行催收的努力水準，$x_1 \in [\underline{x}, \bar{x}]$，且 $\underline{x}$，$\bar{x}$＞0。

y_{hp}^{i} ＝ 帶有投資成功的機率為 hp 的資金需求者 i 的身價。

＝ 銀行每單位催收努力對該貸款者產生的精神成本。

(c) 向任何一家銀行貸款感覺無差異的資金需求者：以 Ind 代替 i。

(2) 資金需求者選擇第二家銀行提供的貸款服務後獲得的(間接)效用水準：

(a) 帶有投資成功的機率為 p 的資金需求者 i 獲得的(間接)效用水準為：$U_{p}^{i}(2)$

$$U_{p}^{i}(2) = p(R-r_2)-(1-p)(r_2-x_2y_{p}^{i})$$

其中：R＝ 投資成功後獲得的收益，且 R＞0。

r_2 ＝ 第二家銀行訂定的貸款利率(=本利和)。

p＝ 投資成功的機率，且 0＜p＜1。

1－p＝ 投資失敗的機率，且 0＜1－p＜1。

x_2 ＝ 第二家銀行執行催收的努力水準，$x_2 \in [\underline{x}, \bar{x}]$，且 $\underline{x}$，$\bar{x}$＞0。

y_{p}^{i} ＝ 帶有投資成功的機率為 p 的資金需求者 i 的身價。

＝ 銀行每單位催收努力對該貸款者產生的精神成本。

(b) 帶有投資成功的機率為 hp(其中 h 是參數，且 0＜h＜1)的資金需求者 i 獲得的(間接)效用水準為$U_{hp}^{i}(2)$：

$$U_{hp}^{i}(2) = hp(R-r_2)-(1-hp)(r_2-x_2y_{hp}^{i})$$

其中：R＝ 投資成功後獲得的收益，且 R＞0。

r_2 ＝ 第二家銀行訂定的貸款利率(=本利和)。

hp＝ 投資成功的機率，且 0＜hp＜1。

$1-hp =$ 投資失敗的機率，且 $0<1-hp<1$。

x_2 = 第二家銀行執行催收的努力水準，$x_2 \in [\underline{x}, \bar{x}]$，且 $\underline{x}$，$\bar{x}>0$。

y^i_{hp} = 帶有投資成功的機率為 hp 的資金需求者 i 的身價。
= 銀行每單位催收努力對該貸款者產生的精神成本。

(c) 向任何一家銀行貸款感覺無差異的資金需求者：以 Ind 代替 i。

2. 第一家銀行的利潤函數為：$\pi_1(r_1,r_2;x_1,x_2)$

$$\pi_1(r_1,r_2;x_1,x_2)=(\frac{1}{\bar{y}})\{\gamma\, y^{Ind}_{p}[pr_1+(1-p)(r_1-a_1x_1)-c_1]$$
$$+(1-\gamma)y^{Ind}_{hp}[hpr_1+(1-hp)(r_1-a_1x_1)-c_1]\}$$

其中：$\frac{1}{\bar{y}}$= 貸款者的身價(y)發生的機率，且 $y \in [0,\bar{y}]$。

γ = 面對的貸款者是屬於成功機率 p 的機率，且 $0<\gamma<1$。

$1-\gamma$ = 面對的貸款者是屬於成功機率 hp 的機率，且 $0<1-\gamma<1$。

a_1 = 第一家銀行執行催收的邊際成本，且 $a_1>0$。

c_1 = 第一家銀行的貸款成本，且 $c_1>0$。

3. 第二家銀行的利潤函數為：$\pi_2(r_1,r_2;x_1,x_2)$

$$\pi_2(r_1,r_2;x_1,x_2)=(\frac{1}{\bar{y}})\{\gamma(\bar{y}-y^{Ind}_{p})[pr_2+(1-p)(r_2-a_2x_2)-c_2]$$
$$+(1-\gamma)(\bar{y}-y^{Ind}_{hp})[hpr_2+(1-hp)(r_2-a_2x_2)-c_2]\}$$

其中：$\frac{1}{\bar{y}}$= 貸款者的身價(y)發生的機率，且 $y \in [0,\bar{y}]$。

γ = 面對的貸款者是屬於成功機率 p 的機率，且 $0<\gamma<1$。

$1-\gamma$ = 面對的貸款者是屬於成功機率 hp 的機率，且 $0<1-\gamma<1$。

a_2 = 第二家銀行執行催收的邊際成本，且 $a_2>0$。

c_2 = 第二家銀行的貸款成本，且 $c_2>0$。

第三節　催收償還的賽局均衡

在本小節中，主要依照賽局理論的倒推法(backward induction)，由第三階段(stage 3)得到感覺沒有差異的資金需求者，以及得到 $\bar{y}$ 位資金需求者中每家銀行分配多少位貸款者(亦即每家銀行的貸款需求量)，然後將該階段的銀行的貸款需求量往前代入第二階段(stage 2)的銀行利潤函數，並解得該階段 Nash equilibrium 的利率，然後將該均衡利率往前代入第一階段(stage 1)的銀行利潤函數，並解得

該階段 Nash equilibrium 的催收努力，最後求得整個三階段賽局(three-stage game)均衡下的催收努力、利率、貸款需求量。求解過程如下：

第三階段(stage 3)：
從感覺沒有差異的資金需求者中，求得每家銀行分配到多少位貸款者（亦即每家銀行的貸款需求量）。

假設投資成功機率為 p 的資金需求者 i 向任何一家銀行貸款感覺無差異，這句話隱含$U_p^i(1) \geq U_p^i(2)$。

已知$U_p^i(1) = p(R-r_1)-(1-p)(r_1-x_1 y_p^i)$

$U_p^i(2) = p(R-r_2)-(1-p)(r_2-x_2\ y_p^i)$

所以$p(R-r_1)-(1-p)(r_1-x_1 y_p^i) \geq p(R-r_2)-(1-p)(r_2-x_2 y_p^i)$ ----------------(3.1)

又因為到第一家銀行或第二家銀行貸款，對資金需求者 i 的感覺是無差異的，也就是說$y_p^i = y_p^{Ind}$。

將$y_p^i = y_p^{Ind}$代入(3.1)式，故可以得到：

$p(R-r_1)-(1-p)(r_1-x_1 y_p^{Ind}) \geq p(R-r_2)-(1-p)(r_2-x_2 y_p^{Ind})$ ------------------(3.2)

將(3.2)式整理後可得到：

$y_p^{Ind} \geq \frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-p)}$ --(3.3)

(3.3)式代表帶有投資成功的機率為 p 的資金需求者 i 的身價，也可以說成是銀行每單位催收努力對該貸款者產生的精神成本。

假設投資成功機率為 hp 的資金需求者 i 向任何一家銀行貸款也感覺無差異，也就是說$U_{hp}^i(1) \geq U_{hp}^i(2)$。

已知$U_{hp}^i(1) = hp(R-r_1)-(1-hp)(r_1-x_1 y_{hp}^i)$

$U_{hp}^i(2) = hp(R-r_2)-(1-hp)(r_2-x_2 y_{hp}^i)$

所以 $hp(R-r_1)-(1-hp)(r_1-x_1 y_{hp}^i) \geq hp(R-r_2)-(1-hp)(r_2-x_2 y_{hp}^i)$ --------(3.4)

又因為到第一家銀行或第二家銀行貸款，對資金需求者 i 的感覺是無差異的，所以可以得知$y_{hp}^i = y_{hp}^{Ind}$。

將$y_{hp}^i = y_{hp}^{Ind}$代入(3.4)式，故可以得到

$hp(R-r_1)-(1-hp)(r_1-x_1 y_{hp}^{Ind}) \geq hp(R-r_2)-(1-hp)(r_2-x_2 y_{hp}^{Ind})$ -------------(3.5)

將(3.5)式整理後可得到

$y_{hp}^{Ind} \geq \frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-hp)}$ --(3.6)

(3.6)式代表帶有投資成功的機率為 hp 的資金需求者 i 的身價，也可以說成是銀行每單位催收努力對該貸款者產生的精神成本。

第二階段(stage 2)：
將第三階段(stage 3)的銀行的貸款需求量往前代入此階段的銀行利潤函數，並解得此階段 Nash equilibrium 的利率。

第一家銀行的利潤函數為：

$$\pi_1(r_1,r_2;x_1,x_2)=(\frac{1}{\bar{y}})\{\gamma\, y_p^{Ind}[pr_1+(1-p)(r_1-a_1x_1)-c_1]$$
$$+(1-\gamma)y_{hp}^{Ind}[hpr_1+(1-hp)(r_1-a_1x_1)-c_1]\} \text{------------------}(3.7)$$

將第三階段(stage 3)求出的$y_p^{Ind}=\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-p)}$ 和 $y_{hp}^{Ind}=\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-hp)}$ 代入(3.7)式中，得：

$$\pi_1(r_1,r_2;x_1,x_2)=(\frac{1}{\bar{y}})\{\gamma[\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-p)}][pr_1+(1-p)(r_1-a_1x_1)-c_1]$$
$$+(1-\gamma)[\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-hp)}][hpr_1+(1-hp)(r_1-a_1x_1)-c_1]\} \text{-----}(3.8)$$

接著將(3.8)式對第一家銀行訂定的貸款利率微分，得到：

$$\frac{\partial\pi_1(r_1,r_2;x_1,x_2)}{\partial r_1}=(\frac{1}{\bar{y}})\{\gamma[\frac{-1}{(x_2-x_1)(1-p)}][pr_1+(1-p)(r_1-a_1x_1)-c_1]$$
$$+\gamma[\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-p)}][p+(1-p)]+(1-\gamma)[\frac{-1}{(x_2-x_1)(1-hp)}][hpr_1+(1-hp)(r_1-a_1x_1)-$$
$$c_1]+(1-\gamma)[\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-hp)}][hp+(1-hp)]\}=0 \text{---}(3.9)$$

將(3.9)式整理後，可得到：

$$-2r_1+r_2+c_1=\frac{-(1-p)(1-hp)a_1x_1}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p} \text{---}(3.10)$$

第二家銀行的利潤函數為：

$$\pi_2(r_1,r_2;x_1,x_2)=(\frac{1}{\bar{y}})\{\gamma(\bar{y}-y_p^{Ind})[pr_2+(1-p)(r_2-a_2x_2)-c_2]$$
$$+(1-\gamma)(\bar{y}-y_{hp}^{Ind})[hpr_2+(1-hp)(r_2-a_2x_2)-c_2]\} \text{--------}(3.11)$$

將第三階段(stage 3)求出的$y_p^{Ind}=\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-p)}$ 和 $y_{hp}^{Ind}=\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-hp)}$ 代入(3.11)式中，得：

$$\pi_2(r_1,r_2;x_1,x_2)=(\frac{1}{\bar{y}})\{\gamma[\bar{y}-(\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-p)})][pr_2+(1-p)(r_2-a_2x_2)-c_2]$$

$$+(1-\gamma)[\bar{y}-(\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-hp)})][hpr_2+(1-hp)(r_2-a_2x_2)-c_2]\}$$

--(3.12)

接著將(3.12)式對第二家銀行訂定的貸款利率微分，得到：

$$\frac{\partial\pi_2(r_1,r_2;x_1,x_2)}{\partial r_2}=(\frac{1}{\bar{y}})\{\gamma[-(\frac{1}{(x_2-x_1)(1-p)})][pr_2+(1-p)(r_2-a_2x_2)-c_2]$$

$$+\gamma[\bar{y}-(\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-p)})][p+(1-p)]$$

$$+(1-\gamma)[-(\frac{1}{(x_2-x_1)(1-hp)})][hpr_2+(1-hp)(r_2-a_2x_2)-c_2]$$

$$+(1-\gamma)[\bar{y}-(\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-hp)})][hp+(1-hp)]\}=0 \text{ -----------------------------------(3.13)}$$

將(3.13)式整理後，可得到：

$$-2r_2+r_1+c_2=\frac{(1-p)\{(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]\}}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p} \text{ ------------------------------------(3.14)}$$

將(3.10)式和(3.14)式聯立求解，可解得：

$$r_2^{NE}=\frac{1}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\right\}-\frac{2}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]+\frac{1}{3}c_1+\frac{2}{3}c_2 \text{ ----(3.15)}$$

$$r_1^{NE}=\frac{2}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\right\}-\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]+\frac{2}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2 \text{ ----(3.16)}$$

(3.15)式代表第二家銀行的 Nash 均衡利率，而(3.16)式則代表第一家銀行的 Nash 均衡利率。

第一階段(stage 1)：

將第二階段(stage 2)的均衡利率代入此階段的銀行利潤函數，並解得此階段 Nash equilibrium 的催收努力。

由(3.8)式可知第一家銀行的利潤函數為：

$$\pi_1(r_1,r_2;x_1,x_2)=(\frac{1}{\bar{y}})\{\gamma[\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-p)}][r_1-(1-p)a_1x_1-c_1]$$

$$+(1-\gamma)[\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-hp)}][r_1-(1-hp)a_1x_1-c_1]\} \text{---------------(3.8)}$$

將(3.8)式對第一家銀行執行催收的努力水準微分，得到：

$\because \frac{d\pi_1}{dx_1}=\frac{\partial\pi_1}{\partial r_1}\times\frac{\partial r_1}{\partial x_1}+\frac{\partial\pi_1}{\partial x_1}$

$\because \frac{\partial\pi_1}{\partial x_1}=0+\frac{\partial\pi_1}{\partial x_1}$ (其中由(3.9)式可知$\frac{\partial\pi_1}{\partial r_1}=0$)

$\therefore \frac{\partial\pi_1}{\partial x_1}=\frac{\partial\pi_1}{\partial x_1}$

$$\therefore \frac{\partial\pi_1(r_1,r_2;x_1,x_2)}{\partial x_1}=(\frac{1}{\bar{y}})\Big\{\gamma\,[\frac{\frac{\partial r_2}{\partial x_1}(x_2-x_1)-(r_2-r_1)(-1)}{(x_2-x_1)^2(1-p)}][r_1-(1-p)a_1x_1-c_1]+(1-\gamma)\,[\frac{\frac{\partial r_2}{\partial x_1}(x_2-x_1)-(r_2-r_1)(-1)}{(x_2-x_1)^2(1-hp)}][r_1-(1-hp)a_1x_1-c_1]\Big\}$$

$$+(\frac{1}{\bar{y}})\Big\{\gamma\,[\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-p)}][-(1-p)\,a_1]+(1-\gamma)\,[\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-hp)}][-(1-hp)\,a_1]\Big\}=0 \text{ ----------(3.17)}$$

將(3.17)式整理後，可得到

$$(\frac{1}{\bar{y}})\Big\{\gamma\,\Big[\Big[\frac{\partial r_2}{\partial x_1}(x_2-x_1)+(r_2-r_1)\Big][r_1-(1-p)a_1x_1-c_1](1-hp)+(r_2-r_1)[-(1-p)\,a_1]\,(x_2-x_1)(1-hp)\Big]+(1-\gamma)\Big[\Big[\frac{\partial r_2}{\partial x_1}(x_2-x_1)+(r_2-r_1)\Big][r_1-(1-hp)a_1x_1-c_1](1-p)+(r_2-r_1)[-(1-hp)a_1](x_2-x_1)(1-p)\Big]\Big\}=0 \text{ ----------(3.18)}$$

由(3.15)可知r_2^{NE}為：

$$r_2^{NE}=\frac{1}{3}\Big\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\Big\}-\frac{2}{3}\Big[\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\Big]+\frac{1}{3}c_1+\frac{2}{3}c_2 \text{ -------(3.15)}$$

$$\therefore \frac{\partial r_2}{\partial x_1}=\frac{(1-p)(1-hp)[a_1-2\bar{y}]}{3[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]} \text{ ----------(3.19)}$$

由(3.16)式可知r_1^{NE}為：

$$r_1^{NE}=\frac{2}{3}\Big\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\Big\}-\frac{1}{3}\Big[\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\Big]+\frac{2}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2 \text{ -------(3.16)}$$

由(3.15)式和(3.16)式可知r_2^{NE}以及r_1^{NE}，故$r_2^{NE}-r_1^{NE}$為：

$$r_2^{NE}-r_1^{NE}=-\frac{1}{3}\Big\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\Big\}-\frac{1}{3}\Big[\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\Big]-\frac{1}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2 \text{ ----------(3.20)}$$

將(3.19)式和(3.16)式以及(3.20)式代入(3.18)式中，得到：

$$(\frac{1}{\bar{y}})\{\gamma\,[[\frac{(1-p)(1-hp)[a_1-2\bar{y}]}{3[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}](x_2-x_1)+(-\frac{1}{3}\Big\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\Big\}-\frac{1}{3}\Big[\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\Big]-\frac{1}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2)][(\frac{2}{3}\Big\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\Big\}-$$

$$\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]+\frac{2}{3}c_1+$$

$$\frac{1}{3}c_2)]-(1-p)a_1x_1-c_1]\,(1-hp)+(-\frac{1}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\right\}-$$

$$\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]-\frac{1}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2)[-(1-p)\,a_1]\,(x_2-x_1)(1-hp)]]$$

$$+(1-\gamma)[[\,\frac{(1-p)(1-hp)(a_1-2\bar{y})}{3[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}]\,(x_2-x_1)+(-\frac{1}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\right\}-$$

$$\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]-\frac{1}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2)[(\,\frac{2}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\right\}-$$

$$\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]+\frac{2}{3}c_1+$$

$$\frac{1}{3}c_2)\,-(1-hp)a_1x_1-c_1]\,(1-p)+(-\frac{1}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\right\}-$$

$$\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]-\frac{1}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2)\,[-(1-hp)a_1](x_2-x_1)(1-p)]\}=0$$

--(3.21)

由(3.12)式可知第二家銀行的利潤函數為：

$$\pi_2(r_1,r_2;x_1,x_2)=(\frac{1}{\bar{y}})\{\gamma\,[\,\bar{y}-\left[\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-p)}\right]]\,[r_2-(1-p)\,a_2x_2-c_2]$$

$$+(1-\gamma)\,[\,\bar{y}-\left[\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-hp)}\right]][r_2-(1-hp)\,a_2x_2-c_2]\}\text{--------}(3.12)$$

接著將(3.12)式對第二家銀行執行催收的努力水準微分，得到：

$$\because\ \frac{d\pi_2}{dx_2}=\frac{\partial\pi_2}{\partial r_2}\times\frac{\partial r_2}{\partial x_2}+\frac{\partial\pi_2}{\partial x_2}$$

$\because\frac{\partial\pi_1}{\partial x_1}=0+\frac{\partial\pi_2}{\partial x_2}$　(其中由(3.13)式可知$\frac{\partial\pi_2}{\partial r_2}=0$)

$$\therefore\frac{\partial\pi_1}{\partial x_1}=\frac{\partial\pi_2}{\partial x_2}$$

$$\therefore \frac{\partial \pi_2(r_1,r_2;x_1,x_2)}{\partial x_2}=(\frac{1}{\bar{y}})\{\gamma[-[\frac{-\frac{\partial r_1}{\partial x_2}(x_2-x_1)-(r_2-r_1)}{(x_2-x_1)^2(1-p)}]][r_2-(1-p)a_2x_2-c_2]+\gamma[\bar{y}$$

$$-\left[\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-p)}\right]][-(1-p)a_2]+(1-\gamma)[-[\frac{-\frac{\partial r_1}{\partial x_2}(x_2-x_1)-(r_2-r_1)}{(x_2-x_1)^2(1-hp)}]][r_2-(1-hp)a_2x_2$$

$$-c_2]+(1-\gamma)[\bar{y}-\left[\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-hp)}\right]][-(1-hp)a_2]\}=0$$

--(3.22)

將(3.22)式整理後，可得到

$$\gamma\{\left[\frac{\partial r_1}{\partial x_2}(x_2-x_1)+(r_2-r_1)\right][r_2-(1-p)a_2x_2-c_2](1-hp)+$$

$$[\bar{y}(x_2-x_1)^2(1-p)(1-hp)-(r_2-r_1)(x_2-x_1)(1-hp)][-(1-p)a_2]\}$$

$$+(1-\gamma)\{\left[\frac{\partial r_1}{\partial x_2}(x_2-x_1)+(r_2-r_1)\right][r_2-(1-p)a_2x_2-c_2](1-p)+$$

$$[\bar{y}(x_2-x_1)^2(1-hp)(1-p)-(r_2-r_1)(x_2-x_1)(1-p)][-(1-hp)a_2]\}=0 \quad \text{---(3.23)}$$

由(3.16)式可知r_1^{NE}為：

$$r_1^{NE}=\frac{2}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\right\}-\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)\{(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]\}}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]+\frac{2}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2 \quad \text{-------(3.16)}$$

$$\therefore \frac{\partial r_1}{\partial x_2}=-\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)(-a_2-\bar{y})}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right] \text{--(3.24)}$$

由(3.15)式可知r_2^{NE}為：

$$r_2^{NE}=\frac{1}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\right\}-\frac{2}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]+\frac{1}{3}c_1+\frac{2}{3}c_2 \quad \text{----(3.15)}$$

由(3.20)式可知$r_2^{NE}-r_1^{NE}$為：

$$r_2^{NE}-r_1^{NE}=-\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]-\frac{1}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right\}-\frac{1}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2$$

--(3.20)

將(3.24)式和(3.15)式以及(3.20)式代入(3.23)式中，得到：

$$\gamma\{[-\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)(-a_2-\bar{y})}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right](x_2-x_1)+(-\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]-$$

$$\frac{1}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right\}-\frac{1}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2)][(\frac{1}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\right\}-$$

$$\frac{2}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]+\frac{1}{3}c_1+\frac{2}{3}c_2)-(1-p)a_2x_2-c_2](1-hp)+$$

$$[\bar{y}(x_2-x_1)^2(1-p)(1-hp)-(-\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]-$$

$$\frac{1}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right\}-\frac{1}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2)\,(x_2-x_1)(1-hp)][-(1-p)a_2]\}+$$

$$(1-\gamma)\{[-\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)(-a_2-\bar{y})}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right](x_2-x_1)+(-\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]-$$

$$\frac{1}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right\}-\frac{1}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2)][(\frac{1}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\right\}-$$

$$\frac{2}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]+\frac{1}{3}c_1+\frac{2}{3}c_2)-(1-hp)a_2x_2-c_2](1-p)+$$

$$[\bar{y}(x_2-x_1)^2(1-hp)\,(1-p)-(-\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]-$$

$$\frac{1}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right\}-\frac{1}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2)\,(x_2-x_1)(1-p)][-(1-hp)a_2]\}=0$$

--(3.25)

由於(3.21)式和(3.25)式太過於複雜，所以我們令$\gamma=0$代入(3.21)式和(3.25)式(其中令$\gamma=0$隱含三種意義：(1)大部份和銀行借錢的人都是高風險的人。(2)模型的計算設$0<\gamma<1$不好算。(3)設$\gamma=0$和設$0<\gamma<1$的結果是一樣的。)，可以得到：

$$\frac{\partial\pi_1}{\partial x_1}=(1-hp)(-2a_1-\bar{y})(x_2-x_1)-(1-hp)(a_1x_1-a_2x_2)-c_1+c_2=0$$ ----------(3.26)

$$\frac{\partial\pi_2}{\partial x_2}=(1-hp)(-2a_2+2\bar{y})(x_2-x_1)-(1-hp)(a_1x_1-a_2x_2)+c_1-c_2=0$$ ----------(3.27)

將(3.26)和(3.27)聯立求解，可解得：

$$x_1^{NE}=\frac{(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}$$ --(3.28)

$$x_2^{NE}=\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}$$ --(3.29)

(3.28)式代表第一家銀行的 Nash 均衡催收努力，而(3.29)式則代表第二家銀行的 Nash 均衡催收努力。

命題一：第二家銀行的催收努力大於第一家銀行的催收努力(亦即$x_2>x_1$)。

由(3.28)式和(3.29)式可以知道：

$$x_2^{NE}=\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}$$ --(3.28)

$$x_1^{NE}=\frac{(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}$$ --(3.29)

討論：

1. $x_1^{NE}>0$ 的條件為：

(1) $a_1 > a_2$：第一家銀行的催收努力邊際成本大於第二家銀行的催收努力邊際成本。

(2)

(i) $2a_1 < \bar{y}$：第一家銀行針對市場上潛在高投資風險的貸款客戶(某些客戶向第一家銀行貸款，而剩下的則向第二家銀行貸款)的催收努力邊際成本小於市場上潛在高投資風險的貸款客戶的貸款金額(即潛在業務量)。

(ii) $2a_1 > \bar{y}$：第一家銀行針對市場上潛在高投資風險的貸款客戶(某些客戶向第一家銀行貸款，而剩下的則向第二家銀行貸款)的催收努力邊際成本大於市場上潛在高投資風險的貸款客戶的貸款金額(即潛在業務量)。

(3)

(i) $c_1 < c_2$：第一家銀行的資金成本(存款利息支出)小於第二家銀行的資金成本(存款利息支出)。

(ii) $c_1 > c_2$：第一家銀行的資金成本(存款利息支出)大於第二家銀行的資金成本(存款利息支出)。

小結：(1) $a_1 > a_2$、(2) $2a_1 < \bar{y}$、(3) $c_1 < c_2$，這三項條件合乎直覺上的意義與經濟學理論。

2. $x_2^{NE}>0$ 的條件為：

(1) $a_1 > a_2$：第一家銀行的催收努力邊際成本大於第二家銀行的催收努力邊際成本。

(2)

(i) $2a_2 < \bar{y}$：第二家銀行針對市場上潛在高投資風險的貸款客戶(某些客戶向第一家銀行貸款，而剩下的則向第二家銀行貸款)的催收努力邊際成本小於市場上潛在高投資風險的貸款客戶的貸款金額(即潛在業務量)。

(ii) $2a_2 > \bar{y}$：第二家銀行針對市場上潛在高投資風險的貸款客戶(某些客戶向第一家銀行貸款，而剩下的則向第二家銀行貸款)的催收努力邊際成本大於市場上潛在高投資風險的貸款客戶的貸款金額(即潛在業務量)。

(3)

(i) $c_1 < c_2$：第一家銀行的資金成本(存款利息支出)小於第二家銀行的資金成本(存款利息支出)。

(ii) $c_1 > c_2$：第一家銀行的資金成本(存款利息支出)大於第二家銀行的資金成本(存款利息支出)。

小結：(1) $a_1 > a_2$、(2) $2a_2 < \bar{y}$、(3) $c_1 < c_2$，這三項條件合乎直覺上的意義與經濟學理論。

3. $x_2^{NE} > x_1^{NE}$的條件為：

(1) $a_1 > a_2$：第一家銀行的催收努力邊際成本大於第二家銀行的催收努力邊際成本。

(2) $c_1 < c_2$：第一家銀行的資金成本(存款利息支出)小於第二家銀行的資金成本(存款利息支出)。

小結：這兩項條件合乎直覺上的意義與經濟學理論

4. 綜合上述 1、2、3 項，滿足 $x_2^{NE} > x_1^{NE} > 0$ 的條件為：

(1) $a_1 > a_2$ (2) $c_1 < c_2$ (3) $2a_1 < \bar{y}$ (4) $2a_2 < \bar{y}$

小結：這四項條件合乎直覺上的意義與經濟學理論

此結果證明是第二家銀行所執行的催收努力大於第一家銀行的催收努力。

命題二：第二家銀行的貸款利率高於第一家銀行的貸款利率(亦即$r_2 > r_1$)。

由(3.15)式以及(3.16)式，可知r_2^{NE}和r_1^{NE}分別為：

$$r_2^{NE}=\frac{1}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\right\}-\frac{2}{3}\left[\frac{(1-p)\{(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]\}}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]+\frac{1}{3}c_1+\frac{2}{3}c_2 \quad \text{------(3.15)}$$

$$r_1^{NE}=\frac{2}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\right\}-\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)\{(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]\}}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]+\frac{2}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2 \quad \text{------(3.16)}$$

r_2^{NE}看下列部份：

$$(1-p)(1-hp)a_1x_1-2\{(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]\}+c_1+2c_2 \quad \text{----(3.30)}$$

r_1^{NE}看下列部份：

$$2[(1-p)(1-hp)a_1x_1]-\left[(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]\right]+2c_1+c_2 \quad \text{--(3.31)}$$

(3.30)式減掉(3.31)式，得

$$-(1-p)(1-hp)a_1x_1-\left[(1-p)(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]\right]-c_1+c_2$$

$\Rightarrow -(1-p)(1-hp)[a_1x_1-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]-c_1+c_2$

因為不知道a_1x_1和a_2x_2的大小，所以要比較是a_1x_1大或者是a_2x_2大

$a_1x_1=\frac{(a_1)(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}$

$a_2x_2=\frac{(a_2)(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}$

a_1x_1看下列部份：

$(a_1)(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)=(2a_1^2-a_1\bar{y})(c_1-c_2)$

a_2x_2看下列部份：

$(a_2)(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)=(2a_2^2-a_2\bar{y})(c_1-c_2)$

$a_1x_1-a_2x_2=(2a_1^2-a_1\bar{y})(c_1-c_2)-(2a_2^2-a_2\bar{y})(c_1-c_2)$

$a_1x_1-a_2x_2=(c_1-c_2)[2(a_1^2-a_2^2)-\bar{y}(a_1-a_2)]\ >0$

因為$a_1>a_2$、$c_1<c_2$、$2a_1<\bar{y}$、$2a_2<\bar{y}$，所以$c_1-c_2<0$、$a_1^2-a_2^2>0$、$a_1-a_2>0$、$2(a_1^2-a_2^2)-\bar{y}(a_1-a_2)<0$。

其中：$2(a_1^2-a_2^2)-\bar{y}(a_1-a_2)<0$，可以想成$(a_1-a_2)[2(a_1-a_2)-\bar{y}]$，而$a_1-a_2>0$，但是$2(a_1-a_2)-\bar{y}<0$，故$2(a_1^2-a_2^2)-\bar{y}(a_1-a_2)<0$，所以可以得知$a_1x_1-a_2x_2>0$。

已知$a_1x_1-a_2x_2>0$，所以我們就可以判斷出：

$-(1-p)(1-hp)[a_1x_1-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]-c_1+c_2>0$

因為$(1-p)>0$、$(1-hp)>0$、a_1x_1、$a_2x_2>0$、$x_2-x_1>0$、$-c_1+c_2>0$，其中$a_1x_1-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)<0$，所以最後結果為：

$-(1-p)(1-hp)[a_1x_1-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]-c_1+c_2>0$，這代表$r_2-r_1>0$，即$r_2>r_1$，也就是說第二家銀行的貸款利率高於第一家銀行的貸款利率，亦即執行較多催收努力的銀行的貸款利率高於執行較少催收努力的銀行的貸款利率。

命題三：第二家銀行的利潤大於第一家銀行的利潤(亦即$\pi_2>\pi_1>0$)。

由(3.12)式可知第一家銀行的利潤函數為：

$$\pi_1(r_1,r_2;x_1,x_2)=(\frac{1}{\bar{y}})\{\gamma[\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-p)}][r_1-(1-p)a_1x_1-c_1]$$
$$+(1-\gamma)[\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-hp)}][r_1-(1-hp)a_1x_1-c_1]\} \text{ ---------------(3.8)}$$

由(3.12)式可知第二家銀行的利潤函數為：

$$\pi_2(r_1,r_2;x_1,x_2)=(\frac{1}{\bar{y}})\{\gamma[\bar{y}-(\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-p)})][r_2-(1-p)a_2x_2-c_2]$$
$$+(1-\gamma)[\bar{y}-(\frac{r_2-r_1}{(x_2-x_1)(1-hp)})][r_2-(1-hp)a_2x_2-c_2]\} \text{ -----(3.12)}$$

假設第二家銀行的利潤大於第一家銀行的利潤，也就是$\pi_2 > \pi_1 > 0$，則$(1-p)a_2x_2 < (1-p)a_1x_1$、$(1-hp)a_2x_2 < (1-hp)a_1x_1$，故討論$(1-p)a_2x_2$是否真的小於$(1-p)a_1x_1$及$(1-hp)a_2x_2$是否真的小於$(1-hp)a_1x_1$。

已知$a_1x_1 - a_2x_2 > 0$，即$a_1x_1 > a_2x_2$

左右兩邊同乘$(1-p) \Rightarrow (1-p)a_1x_1 > (1-p)a_2x_2$

左右兩邊同乘$(1-hp) \Rightarrow (1-hp)a_1x_1 > (1-hp)a_2x_2$

故可以得知$\pi_2 > \pi_1 > 0$，此結果證明執行較多催收努力的銀行所獲得的利潤大於執行較少催收努力的銀行所獲得的利潤，也就是說第二家銀行的利潤大於第一家銀行的利潤。

命題四：

證明第一家銀行和第二家銀行是否值得進行催收(也就是說證明$r_1^{NE} - a_1x_1 >$、$=$、< 0、$r_2^{NE} - a_2x_2 >$、$=$、< 0，如果大於 0 表示銀行值得進行催收；反之如果小於 0 則表示銀行不值得進行催收)。

假設在$\gamma = 0$的情況下：

$$r_1^{NE} = \frac{2}{3}\left[(1-hp)a_1x_1\right] - \frac{1}{3}\left\{(1-hp)\left[-a_2x_2 - \bar{y}(x_2 - x_1)\right]\right\} + \frac{2}{3}c_1 + \frac{1}{3}c_2$$

$$x_1^{NE} = \frac{(2a_1 - \bar{y})(c_1 - c_2)}{(1-hp)(a_1 - a_2)(2a_1 - 2a_2 + 3\bar{y})}$$

$$r_1^{NE} - a_1x_1^{NE} = \frac{\left\{\frac{2}{3}\left[(1-hp)a_1x_1\right] - \frac{1}{3}\left\{(1-hp)\left[-a_2x_2 - \bar{y}(x_2 - x_1)\right]\right\} + \frac{2}{3}c_1 + \frac{1}{3}c_2\right\}\left[(1-hp)(a_1 - a_2)(2a_1 - 2a_2 + 3\bar{y})\right]}{(1-hp)(a_1 - a_2)(2a_1 - 2a_2 + 3\bar{y})} - a_1\left[\frac{(2a_1 - \bar{y})(c_1 - c_2)}{(1-hp)(a_1 - a_2)(2a_1 - 2a_2 + 3\bar{y})}\right]$$

如果$r_1^{NE} - a_1x_1^{NE} > 0$，則

$$\left\{\frac{2}{3}\left[(1-hp)a_1x_1\right] - \frac{1}{3}\left\{(1-hp)\left[-a_2x_2 - \bar{y}(x_2 - x_1)\right]\right\} + \frac{2}{3}c_1 + \frac{1}{3}c_2\right\} \times \left[(1-hp)(a_1 - a_2)(2a_1 - 2a_2 + 3\bar{y})\right] - a_1\left[(2a_1 - \bar{y})(c_1 - c_2)\right] > 0$$

要使$\left\{\frac{2}{3}\left[(1-hp)a_1x_1\right] - \frac{1}{3}\left\{(1-hp)\left[-a_2x_2 - \bar{y}(x_2 - x_1)\right]\right\} + \frac{2}{3}c_1 + \frac{1}{3}c_2\right\} \times \left[(1-hp)(a_1 - a_2)(2a_1 - 2a_2 + 3\bar{y})\right] - a_1\left[(2a_1 - \bar{y})(c_1 - c_2)\right] > 0$的條件為：

(1) $a_1 > a_2$、(2) $c_1 < c_2$、(3) $2a_1 < \bar{y}$、(4) $2a_2 < \bar{y}$，這四項條件合乎直覺上的意義與經濟學理論，故第一家銀行是值得進行催收的。

假設在 $\gamma=0$ 的情況下：

$$r_2^{NE}=\frac{1}{3}\left[(1-hp)a_1x_1\right]-\frac{2}{3}\{(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]\}+\frac{1}{3}c_1+\frac{2}{3}c_2$$

$$x_2^{NE}=\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}$$

$r_2^{NE}-a_2x_2^{NE}=$

$$\frac{\left\{\frac{1}{3}[(1-hp)a_1x_1]-\frac{2}{3}\{(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]\}+\frac{1}{3}c_1+\frac{2}{3}c_2\right\}[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}-$$

$$a_2\left[\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right]$$

如果$r_2^{NE}-a_2x_2^{NE}>0$，則

$$\left\{\frac{1}{3}[(1-hp)a_1x_1]-\frac{2}{3}\{(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]\}+\frac{1}{3}c_1+\frac{2}{3}c_2\right\}\times$$

$$[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]-a_2[(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)]>0$$

要使$\left\{\frac{1}{3}[(1-hp)a_1x_1]-\frac{2}{3}\{(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]\}+\frac{1}{3}c_1+\frac{2}{3}c_2\right\}\times$

$[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]-a_2[(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)]>0$ 的條件為：

(1) $a_1>a_2$、(2) $c_1<c_2$、(3) $2a_1<\bar{y}$、(4) $2a_2<\bar{y}$，這四項條件合乎直覺上的意義與經濟學理論，故第二家銀行也是值得進行催收的。

第四節 比較靜態分析

在本節中，針對前一節中兩家銀行各自的貸款利率、催收努力做比較靜態分析。首先我們先討論銀行利率對於景氣的好壞、投資計畫(商品)差異性的大小以及貸款人數的多寡之間的關係，接著在再探討景氣的好壞、投資計畫(商品)差異性的大小以及貸款人數的多寡對於銀行的催收努力有何影響。

已知$r_1^{NE}=\frac{2}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\right\}-\frac{1}{3}\left[\frac{(1-p)\{(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]\}}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]+\frac{2}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2$

令 $\gamma=0$ 且將$x_1^{NE}=\frac{(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}$、$x_2^{NE}=\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}$代入$r_1^{NE}$中得：

$\Rightarrow r_1^{NE}=$

$$\frac{[(1-hp)]\left[2a_1\left(\frac{(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)+a_2\left(\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)+\bar{y}\left(\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)-(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)\right]}{3}$$

$$+\frac{2}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2$$

$$\frac{\partial r_1^{NE}}{\partial p}=\{\{(-h)[2a_1\left(\frac{(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)+a_2\left(\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)$$

$$+\bar{y}\left(\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)-(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)]+$$

$$(1-hp)[\left(\frac{-[2a_1(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)][(-h)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{\left[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2\right]}\right)+$$

$$\left(\frac{-[a_2(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)][(-h)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{\left[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2\right]}\right)+$$

$$\left(\frac{-\left[\bar{y}[(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)-(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)]\right][(-h)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{\left[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2\right]}\right)]\}(3)\}／3^2$$

$$\Rightarrow \frac{\partial r_1^{NE}}{\partial p}=0 \quad \text{---}(3.32)$$

(3.32)式的意思是因為只有高風險的人來向第一家銀行借款，所以景氣的好壞並不會使得第一家銀行的貸款利率有所調整，也就是說景氣的好壞對於第一家銀行的貸款利率是沒有影響的。

$$\frac{\partial r_1^{NE}}{\partial h}=\{\{(-p)[2a_1\left(\frac{(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)+a_2\left(\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)$$

$$+\bar{y}\left(\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)-(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)]+$$

$$(1-hp)[\left(\frac{-[2a_1(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)][(-p)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{\left[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2\right]}\right)+$$

$$\left(\frac{-[a_2(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)][(-p)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{\left[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2\right]}\right)+$$

$$\left(\frac{-\left[\bar{y}[(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)-(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)]\right][(-p)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{\left[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2\right]}\right)]\}(3)\}／3^2$$

$$\Rightarrow \frac{\partial r_1^{NE}}{\partial h}=0 \quad \text{---}(3.33)$$

(3.33)式代表借款人投資計畫(商品)的差異對於第一家銀行的貸款利率是沒有影響的，因為在此我們假設第一家銀行只借款給高風險的借款人，因為都是借款給高風險的借款人，而其投資計畫(商品)差異性其實是不大的，故不管第一家銀行有無調整貸款利率皆不會有影響。

$$\frac{\partial r_1^{NE}}{\partial \bar{y}}=$$

$$\{\{[(1-p)(1-hp)][$$

$$\left(\frac{[(-2a_1)(c_1-c_2)][(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]-[2a_1(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)][(1-hp)(a_1-a_2)(3)]}{\left[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2\right]}\right)+$$

$$\left(\frac{[(-a_2)(c_1-c_2)][(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]-[a_2(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)][(1-hp)(a_1-a_2)(3)]}{\left[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2\right]}\right)+$$

$$\left(\frac{[(c_1-c_2)(2a_2-2a_1)][(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]-[\bar{y}(c_1-c_2)(2a_2-2a_1)][(1-hp)(a_1-a_2)(3)]}{\left[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2\right]}\right)]\}$$

$$(3)\}／3^2$$

$$\Rightarrow \frac{\partial r_1^{NE}}{\partial \bar{y}}<0 \text{ --(3.34)}$$

(3.34)式表示貸款人數越多時，第一家銀行的貸款利率越低；反之當貸款人數越少時，第一家銀行的貸款利率越高。

已知$r_2^{NE}=\frac{1}{3}\left\{\frac{(1-p)(1-hp)a_1x_1}{[1-\gamma hp-(1-\gamma)p]}\right\}-\frac{2}{3}\left[\frac{(1-p)\{(1-hp)[-a_2x_2-\bar{y}(x_2-x_1)]\}}{1-\gamma hp-(1-\gamma)p}\right]+\frac{1}{3}c_1+\frac{2}{3}c_2$

令$\gamma=0$且將$x_1^{NE}=\frac{(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}$、$x_2^{NE}=\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}$代入$r_2^{NE}$中得：

$$\Rightarrow r_2^{NE}=$$

$$\frac{[(1-hp)]\left[a_1\left(\frac{(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)+2a_2\left(\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)+2\bar{y}\left(\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)-(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)\right]}{3}$$

$$+\frac{2}{3}c_1+\frac{1}{3}c_2$$

$$\frac{\partial r_2^{NE}}{\partial p}=\{\{(-h)[a_1\left(\frac{(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)+2a_2\left(\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)$$

$$+2\bar{y}\left(\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)-(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)]+$$

$$(1-hp)[\left(\frac{-[a_1(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)][(-h)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{\left[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2\right]}\right)+$$

$$\left(\frac{-[2a_2(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)][(-h)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{\left[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2\right]}\right)+$$

$$\left(\frac{-\left[2\bar{y}[(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)-(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)]\right][(-h)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{\left[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2\right]}\right)]\}(3)\}／3^2$$

$$\Rightarrow \frac{\partial r_2^{NE}}{\partial p}=0 \text{ --(3.35)}$$

(3.35)式的意思是因為只有高風險的人來向第二家銀行借款，所以景氣的好壞並

不會使得第二家銀行的貸款利率有所調整，也就是說景氣的好壞對於第二家銀行的貸款利率是沒有影響的。

$$\frac{\partial r_2^{NE}}{\partial h}=\{\{(-p)[a_1\left(\frac{(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)+2a_2\left(\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)$$

$$+2\bar{y}\left(\frac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)-(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}\right)]+$$

$$(1-hp)[\left(\frac{-[a_1(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)][(-p)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2]}\right)+$$

$$\left(\frac{-[2a_2(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)][(-p)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2]}\right)+$$

$$\left(\frac{-[2\bar{y}[(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)-(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)]][(-p)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2]}\right)]\}(3)\}/3^2$$

$$\Rightarrow \frac{\partial r_2^{NE}}{\partial h}=0 \text{ --(3.36)}$$

(3.36)式代表借款人投資計畫(商品)的差異對於第二家銀行的貸款利率是沒有影響的，因為在此我們假設第二家銀行只借款給高風險的借款人，因為都是借款給高風險的借款人，而其投資計畫(商品)差異性其實是不大的，故不管第二家銀行有無調整貸款利率皆不會有影響。

$$\frac{\partial r_2^{NE}}{\partial \bar{y}}=$$

$$\{\{[(1-p)(1-hp)][$$

$$\left(\frac{[(-a_1)(c_1-c_2)][(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]-[a_1(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)][(1-hp)(a_1-a_2)(3)]}{[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2]}\right)+$$

$$\left(\frac{[(-2a_2)(c_1-c_2)][(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]-[2a_2(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)][(1-hp)(a_1-a_2)(3)]}{[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2]}\right)+$$

$$\left(\frac{[2(c_1-c_2)(2a_2-2a_1)][(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]-[2\bar{y}(c_1-c_2)(2a_2-2a_1)][(1-hp)(a_1-a_2)(3)]}{[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})^2]}\right)$$

$$]\}(3)\}/3^2$$

$$\Rightarrow \frac{\partial r_2^{NE}}{\partial \bar{y}}<0 \text{ --(3.37)}$$

(3.37)式表示貸款人數越多時，第二家銀行的貸款利率越低；反之當貸款人數越少時，第二家銀行的貸款利率越高。

已知$x_1^{NE} = \dfrac{(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}$

$$\frac{\partial x_1^{NE}}{\partial p} = \frac{-[(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)][(-h)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]^2}$$

$$\frac{\partial x_1^{NE}}{\partial p} > 0 \tag{3.38}$$

(3.38)式表示景氣好時，第一家銀行會執行較多的催收努力，反之當景氣不好時，第一家銀行會執行較少的催收努力。

$$\frac{\partial x_1^{NE}}{\partial h} = \frac{-[(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)][(-p)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]^2}$$

$$\frac{\partial x_1^{NE}}{\partial h} > 0 \tag{3.39}$$

(3.39)式代表當借款人的投資計畫(商品)的差異很大時，第一家銀行會執行較多的催收努力；反之當借款人的投資計畫(商品)的差異很小時，第一家銀行會執行較少的催收努力。

$$\frac{\partial x_1^{NE}}{\partial \bar{y}} = \frac{[-(c_1-c_2)][(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]-[(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)][(1-hp)(a_1-a_2)(3)]}{[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]^2}$$

$$\frac{\partial x_1^{NE}}{\partial \bar{y}} < 0 \tag{3.40}$$

(3.40)式則表示當貸款人數越多時，第一家銀行會執行較少的催收努力，反之當貸款人數越少時，第一家銀行會執行較多的催收努力。

已知$x_2^{NE} = \dfrac{(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}$

$$\frac{\partial x_2^{NE}}{\partial p} = \frac{-[(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)][(-h)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]^2}$$

$$\frac{\partial x_2^{NE}}{\partial p} > 0 \tag{3.41}$$

(3.41)式表示景氣好時，第二家銀行會執行較多的催收努力，反之當景氣不好時，第二家銀行)會執行較少的催收努力。

$$\frac{\partial x_2^{NE}}{\partial h} = \frac{-[(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)][(-p)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]}{[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]^2}$$

$$\frac{\partial x_2^{NE}}{\partial h} > 0 \tag{3.42}$$

(3.42)式代表當借款人的投資計畫(商品)的差異很大時，第二家銀行會執行較多的

催收努力；反之當借款人的投資計畫(商品)的差異很小時，第二家銀行會執行較少的催收努力。

$$\frac{\partial x_2^{NE}}{\partial \bar{y}}=\frac{[-(c_1-c_2)][(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]-[(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)][(1-hp)(a_1-a_2)(3)]}{[(1-hp)(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})]^2}$$

$$\frac{\partial x_2^{NE}}{\partial \bar{y}}<0 \quad \text{--}(3.43)$$

(3.43)式則表示當貸款人數越多時，第二家銀行會執行較少的催收努力，反之當貸款人數越少時，第二家銀行會執行較多的催收努力。

其中：

$$\frac{\partial x_1^{NE}}{\partial p}=\frac{h(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)^2(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}>0$$

$$\frac{\partial x_2^{NE}}{\partial p}=\frac{h(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)^2(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}>0$$

$$\frac{\partial x_1^{NE}}{\partial h}=\frac{p(2a_1-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)^2(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}>0$$

$$\frac{\partial x_2^{NE}}{\partial h}=\frac{p(2a_2-\bar{y})(c_1-c_2)}{(1-hp)^2(a_1-a_2)(2a_1-2a_2+3\bar{y})}>0$$

$$\frac{\partial r_1^{NE}}{\partial p}=\frac{\partial r_1^{NE}}{\partial h}=\frac{\partial r_2^{NE}}{\partial p}=\frac{\partial r_2^{NE}}{\partial h}=0$$

的理由如下：

1. 由第一家銀行與第二家銀行的利潤函數的內容得知：當貸款者只繳回本利和 hpr_1 或 hpr_2 時，本模型隱含銀行只要進行催收後必定可以從貸款者手中追回積欠的本利和 $(1\text{-}hp)r_1$ 或 $(1\text{-}hp)r_2$，也就是銀行必定能夠收回全部本利和的情況與 P 或 h 的大小無關，所以銀行不必因為 P 的變動或 h 的變動而調整利率 r_1^{NE} 或 r_2^{NE}。而在 Hyytinen and Toivanen(2004)的模型中當貸款者只繳回本利和 hpr_1 或 hpr_2，銀行卻無法收回 $(1\text{-}hp)r_1$ 或 $(1\text{-}hp)r_2$，所以該模型可以得到比較靜態結果為：

$$\frac{\partial r_1^{NE}}{\partial p}<0 \text{ 及 } \frac{\partial r_2^{NE}}{\partial p}<0$$

2. 基於上述 1 的結果，P 的變動或 h 的變動對於預期催收成本 $(1-hp)a_1x_1^{NE}$ 或 $(1-hp)a_2x_2^{NE}$ 沒影響，這也促成銀行不必因為 P 的變動或 h 的變動而調整利率 r_1^{NE} 或 r_2^{NE}。
3. 如果在模型中加進銀行透過催收而能收回的比例為 k，$0<k<1$，以致於銀行收回 $(1\text{-}hp)kr_1$ 或 $(1\text{-}hp)kr_2$，則 $\frac{\partial x_1^{NE}}{\partial p}<0$，$\frac{\partial x_2^{NE}}{\partial p}<0$，$\frac{\partial x_1^{NE}}{\partial h}<0$，$\frac{\partial x_2^{NE}}{\partial h}<0$ 仍然成立，

但是景氣好壞以及借款人的投資計畫(商品)的差異對於貸款利率的影響是負向的(亦即：$\frac{\partial r_1^{NE}}{\partial p}$，$\frac{\partial r_1^{NE}}{\partial h}$，$\frac{\partial r_2^{NE}}{\partial p}$，$\frac{\partial r_2^{NE}}{\partial h}$都是小於 0)。

4. 雖然上述結果是適用於高投資風險貸款者的情況(γ=0)，但是由銀行的利潤函數觀察得知，這些結果也適用於高與低投資風險貸款者並存的情況(0<γ<1)，只是後者因為推導過程較繁雜而無法求解而已。

第五節 小結

由於本章最重要的部分是：第三節催收償還的賽局均衡以及第四節比較靜態分析的推導過程，因此我們在此節中，將第三節以及第四節的結論做一簡單的整理。

在第三節催收償還的賽局均衡中，得到的結論為：在催收努力的部份，得到的結果是第二家銀行執行的催收努力大於第一家銀行執行的催收努力；而貸款利率的部份，是執行較多催收努力的銀行的貸款利率高於執行較少催收努力的銀行的貸款利率，也就是說第二家銀行的貸款利率高於第一家銀行的貸款利率；至於利潤的部份，是執行較多催收努力的銀行所獲得的利潤大於執行較少催收努力的銀行所獲得的利潤，亦即第二家銀行所會獲得的利潤大於第一家銀行所獲得的利潤。而 Hyytinen and Toivanen (2004)的結果為：在監督機制方面，第二家銀行的監督大於第一家銀行的監督；而貸款利率的部份，第一家銀行的貸款利率高於第二家銀行的貸款利率；至於利潤的部份，第二家銀行的利潤大於第一家銀行的利潤。其中本文與文獻最大的不同在於貸款利率的部份，這是因為本文假設催收有成本，而文獻假設監督沒有成本，故會產生相反的結果。

另外在第四節比較靜態分析中，得到的結論為：(1)景氣對於第一家銀行以及第二家銀行的貸款利率是沒有影響的。(2)借款人投資計畫(商品)的差異對於第一家銀行以及第二家銀行的貸款利率是沒有影響的。(3)貸款人數與第一家銀行以及第二家銀行的貸款利率呈現反向變動的關係。(4)景氣與第一家銀行以及第二家銀行的催收努力呈現正向變動的關係。(5)借款人的投資計畫(商品)的差異與第一家銀行以及第二家銀行的催收努力呈現正向變動的關係。(6)貸款人數與第一家銀行以及第二家銀行的催收努力呈現反向變動的關係。

根據第三節的結果，我們可以將第二家銀行想像成地下錢莊，而將第一家銀行想像成一般的銀行，然後我們依照實際的情況來想，地下錢莊的催收努力的確大於銀行的催收努力，而地下錢莊的貸款利率也確實高於銀行的貸款利率，地下錢莊所獲得的利潤會大於一般銀行獲得的利潤，這也許與實際情況不太符合，但如果我們把催收努力當作服務品質來看，那麼催收努力愈高表示該銀行的逾期放

款越少,將會吸引更多的資金需求者(借款人)上門借款(因為逾期放款的多寡代表金融機構體質的好壞，所以逾期放款愈少借款人愈會向其借款)，故利潤也會更多，這是合理的，只是與現實生活的情況相反。

由於本章的結論,並不是完全與現實生活符合,所以我們在第四章中除了考慮催收償還外，又再加入貸款的審核流程、嚴格程度及所花的時間，希望藉由這些考量，能使推導出來的結論更符合現實社會中的情況。