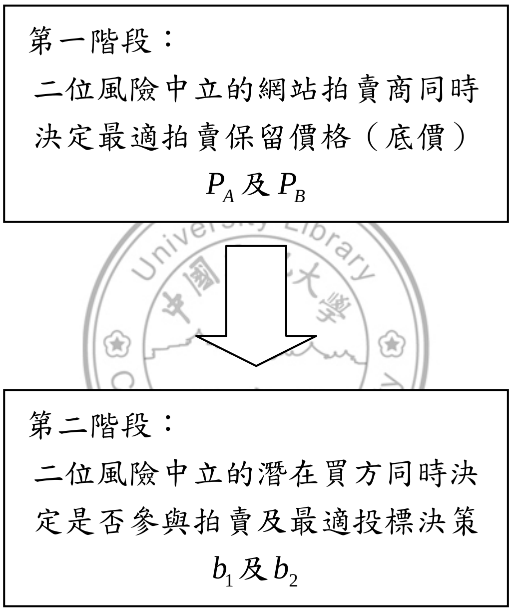
第三章 相同賣方與相異買方的網路拍賣市場

本章主要探討在同質賣方與相異買方的小型網路拍賣市場中，賣方（拍賣商）與買方（參與競標者）的最適決策問題（請參見圖 3-1）。本章結構如下，第一節為模型的基本假設，以及賣方的利潤函數與買方的預期報酬函數的設定，第二節為求解賣方與買方之最適決策的賽局均衡解，第三節為雙占與獨占賣方之討論，第四節為本章結論，並與 Burguet and Sakovics（1999）、Julien, Kennes and King（2002）及 Schmitz（2003）等文獻之結果比較。



圖（3-1） 不完全訊息的二階段賽局

第一節 基本模型假設

一、基本假設

我們考慮一個有兩位網站拍賣商（賣方）與兩位買方（競標者）的小型網路拍賣市場，且網站拍賣商（賣方）採用一級密封拍賣的競標方式。兩位網站拍賣商（賣方）同時設立保留價格（即底價，reserve price），兩位買方（競標者）觀察網站拍賣商所設立的保留價格後，再同時決定要參與哪一網站拍賣商的拍賣

競標。買方同時提出標價（密封投標，sealed-bid），即同時行動（simultaneous-move game）賽局，競標者彼此之間無法觀察對方的策略（標價）。

賣方：假設兩位獨立且風險中立（risk neutral）的網站拍賣商 A 與 B，每位僅拍賣一件不可分割的物品，他們的物品為同質，且他們設立保留價格（即底價，reserve price）為 P_A 及 P_B，並進行保留價格的競爭，以爭取買方進來網站參與競標。此外，P_A 與 P_B 只在僅有一位買方參與網站競標時，才會等於標價，亦即賣方的收入等於 P_A 或 P_B；假如兩位買方同時參與競標，則最後成交的標價會高於 P_A 或 P_B，亦即賣方的收入才會高於 P_A 或 P_B。其中，假設賣方沒有交易成本。

買方：假設兩位獨立、連續且風險中立（risk neutral）的買方（競標者）1 與 2 參與拍賣競標，每位買方想買一件不可分割的物品，買方（參與競標者）對於拍賣商品的最高願付價格（valuation）為他的私人訊息（private information）且服從均勻分配（uniform distribution），亦即其他競標者及賣方（拍賣商）不知道該買者的最高願付價格，但知道其最高願付價格所服從的均勻分配，其最高願付價格所服從的均勻分配即為共同知識（common knowledge）。為了簡化模型推導，而將競標者的標價線性化。他們的標價（bid）b_1 與 b_2 為其最高願付價格（valuation）v_1 與 v_2 的線性式，亦即 $b_1(v_1)=a_1+c_1v_1$ 及 $b_2(v_2)=a_2+c_2v_2$，其中 a_1、c_1、a_2 及 c_2 為實數且 c_1、$c_2>0$，且 $b_1(v_1)\le v_1$ 及 $b_2(v_2)\le v_2$，進一步假設 $b_1(v_1)$ 及 $b_2(v_2)$ 為單調遞增函數，這是合理的，因為這相當於假設估價越高，投標也越高。為了方便模型推導，假設 $v_1\in[0,1]$ 與 $v_2\in[0,1]$，且共同服從均勻分配，得 $b_1\in[a_1,a_1+c_1]$ 與 $b_2\in[a_2,a_2+c_2]$，且共同服從均勻分配。令 F 為此分配的累加分配函數。

建立一個不完全訊息的靜態兩階段賽局（two-stage game），並以賽局理論的倒推法（backward induction）求解：（a）stage 2: 兩位買方 1 與 2 選擇是否參與賣方 A 與賣方 B 的物品競標，也就是可能參與兩個拍賣網站的競標或只參與一個拍賣網站的競標，因為是網站競標（買方彼此無法觀察對手的標價），所以可使用同時行動賽局（static game）或密封投標（sealed-bid）來建立競標模型。

最後，在這兩個網站拍賣分別求出 Bayesian Nash equilibrium。（b）stage 1：兩位賣方 A 與 B 各自將兩位買方 1 與 2 在 Bayesian Nash equilibrium 下的預期報酬納入決策，並決定保留價格 P_A 及 P_B ，以保證比在對手的拍賣網站獲得較高的報酬（payoff）來吸引兩位買方 1 與 2 來參與競標。就賣方而言，吸引兩位買方參與競標可以獲得較高的標價，假如只吸引一位買方，則只能以保留價格出售。最後，賣方的保留價格競爭會產生 Bertrand-Nash equilibrium。

二、模型設定

假設每位買方與賣方都是理性的，即追求自己利益最大的前提下，以下分別討論兩位風險中立的買方（競標者）與兩位風險中立的賣方其目標函數的設立。

I. 第一階段（stage1）：賣方 A 與 B 的保留價格（reserve price）決策與競爭階段

假設賣方在承諾其在設定保留價格後，將不再進行變動，然而，賣方在決定保留價格時，他必須考慮提供同質商品的對手競爭策略，該策略會影響潛在買方的人數。此時為 Bertrand 的保留價格競爭，以下分別設立賣方 A 和賣方 B 的預期利潤函數：

1. 賣方 A 的競標價決策與目標函數：假設買方 1 的 v_1 與買方 2 的 v_2 是相互獨立，且賣方 A 為風險中立（risk neutral）。

$$\underset{p_A}{\text{Maximi}}\ \pi_A$$

$$= \left[b_{1A}^{BNE}(v_1)\cdot F\left(b_{1A}^{BNE}(v_1) > b_{2A}^{BNE}(v_2)\right) + b_{2A}^{BNE}(v_2)\cdot F\left(b_{2A}^{BNE}(v_2) > b_{1A}^{BNE}(v_1)\right)\right]$$
$$\cdot F\left(u_{1A}^{BNE} > u_{1B}^{BNE}\right)\cdot F\left(u_{2A}^{BNE} > u_{2B}^{BNE}\right)$$
$$+ P_A\cdot\left[F\left(u_{1A}^{BNE} > u_{1B}^{BNE}\right)\cdot F\left(u_{2A}^{BNE} < u_{2B}^{BNE}\right) + F\left(u_{1A}^{BNE} < u_{1B}^{BNE}\right)\cdot F\left(u_{2A}^{BNE} > u_{2B}^{BNE}\right)\right] \quad \text{------------------------------------}(3.1)$$

其中：

P_A = 賣方 A 在 stage 1 所決定並滿足 Bertrand-Nash equilibrium 下的保留價格（reserve price）

$F\left(b_{1A}^{BNE}(v_1) > b_{2A}^{BNE}(v_2)\right)$= 買方 1 與 2 都參與賣方 A 網站競標的情況下，買方 1 得標(獲勝)的聯合機率。

$F\left(b_{2A}^{BNE}(v_2) > b_{1A}^{BNE}(v_1)\right)$= 買方 1 與 2 都參與賣方 A 網站競標的情況下，買方 2 得標(獲勝)的聯合機率。

$F\left(u_{1A}^{BNE} > u_{1B}^{BNE}\right)$= 買方 1 放棄到賣方 B 網站，而選擇到賣方 A 網站參與競標的機率。

$F\left(u_{1A}^{BNE} < u_{1B}^{BNE}\right)$= 買方 1 放棄到賣方 A 網站，而選擇到賣方 B 網站參與競標的機率。

$F\left(u_{2A}^{BNE} > u_{2B}^{BNE}\right)$= 買方 2 放棄到賣方 B 網站，而選擇到賣方 A 網站參與競標的機率。

$F\left(u_{2A}^{BNE} < u_{2B}^{BNE}\right)$= 買方 2 放棄到賣方 A 網站，而選擇到賣方 B 網站參與競標的機率。

2. 賣方 B 的競標價決策與目標函數：假設買方 1 的 v_1 與買方 2 的 v_2 是相互獨立，且賣方 B 為風險中立（risk neutral）。

$$\underset{p_B}{\text{Maximi}}\ \pi_B$$

$$= \left[b_{1B}^{BNE}(v_1)\cdot F\left(b_{1B}^{BNE}(v_1) > b_{2B}^{BNE}(v_2)\right) + b_{2B}^{BNE}(v_2)\cdot F\left(b_{2B}^{BNE}(v_2) > b_{1B}^{BNE}(v_1)\right)\right]$$

$$\cdot F\left(u_{1B}^{BNE} > u_{1A}^{BNE}\right)\cdot F\left(u_{2B}^{BNE} > u_{2A}^{BNE}\right)$$

$$+ P_B \cdot \left[F\left(u_{1B}^{BNE} > u_{1A}^{BNE}\right)\cdot F\left(u_{2B}^{BNE} < u_{2A}^{BNE}\right) + F\left(u_{1B}^{BNE} < u_{1A}^{BNE}\right)\cdot F\left(u_{2B}^{BNE} > u_{2A}^{BNE}\right)\right]$$

-----------------------------------（3.2）

其中：

P_B = 賣方 B 在 stage 1 所決定並滿足 Bertrand-Nash equilibrium 下的保留價格(reserve price)

$F\left(b_{1B}^{BNE}(v_1) > b_{2B}^{BNE}(v_2)\right)$= 買方 1 與 2 都參與賣方 B 網站競標的情況下，買方 1 得標(獲勝)的聯合機率。

$F\left(b_{2B}^{BNE}(v_2) > b_{1B}^{BNE}(v_1)\right)$= 買方 1 與 2 都參與賣方 B 網站競標的情況下，買方 2 得標(獲勝)的聯合機率。

$F\left(u_{1A}^{BNE} > u_{1B}^{BNE}\right)$= 買方 1 放棄到賣方 B 網站，而選擇到賣方 A 網站參與競標的機率。

$F\left(u_{1A}^{BNE} < u_{1B}^{BNE}\right)$= 買方 1 放棄到賣方 A 網站，而選擇到賣方 B 網站參與競標的機率。

$F\left(u_{2A}^{BNE} > u_{2B}^{BNE}\right)$= 買方 2 放棄到賣方 B 網站，而選擇到賣方 A 網站參與競標的機率。

$F\left(u_{2A}^{BNE} < u_{2B}^{BNE}\right)$= 買方 2 放棄到賣方 A 網站，而選擇到賣方 B 網站參與競標的機率。

II. 第二階段（stage2）：兩位買方 1 與 2 的競標價（bid）決策與競爭階段

在一級密封價格拍賣中，投標者只有一次投標機會，而且投標前無法獲知其他投標者的標價，因此，投標者只能根據自己的估價和其他投標者的估價分布來決定自己的投標策略，即每位投標者透過猜測其他投標者的投標行為來決定自己的最適投標。接下來，我們分別設立買方 1 與買方 2 的預期報酬函數：

1. 買方 1 的競標價決策與目標函數：假設買方 1 在賣方 A 網站的競價決策與在賣方 B 網站的競價決策是相互獨立的，且買方 1 為風險中立（risk neutral）。

(a) 在賣方 A 的網站參與競標時的目標函數：

$$\underset{b_{1A}}{\text{Maximize}} \quad u_{1A} = (v_1 - b_{1A})F\left(b_{1A} > b_{2A}(v_2)\right) + (v_1 - P_A)F\left(b_{2A}(v_2) < P_A\right) \quad \text{------------------------------} \quad (3.3)$$

其中：

u_{1A} = 買方 1 在賣方 A 的網站參與競標後獲得的預期報酬（expected payoff）或預期效用（expected utility）

v_1 = 買方 1 的最高願付價格（valuation），它是買方 1 的私人訊息，且 $v_1 \in [0,1]$

並服從均勻分配

$b_{1A}=b_{1A}(v_1)=a_{1A}+c_{1A}v_1=$ 買方 1 在賣方 A 的網站參與競標所決定的競標價（bid），因為 $v_1\in[0,1]$ 並服從均勻分配，所以 $b_{1A}\in[a_{1A},a_{1A}+c_{1A}]$ 並服從均勻分配

$b_{2A}=b_{2A}(v_2)=a_{2A}+c_{2A}v_2=$ 買方 2 在賣方 A 的網站參與競標所決定的競標價（bid），因為 $v_2\in[0,1]$ 並服從均勻分配，所以 $b_{2A}\in[a_{2A},a_{2A}+c_{2A}]$ 並服從均勻分配

$F(b_{1A}>b_{2A}(v_2))=$ 買方 1 與 2 都參與賣方 A 網站競標的情況下，買方 1 得標（獲勝）的機率

$F(b_{2A}(v_2)<P_A)=$ 僅有買方 1 參與而買方 2 退出賣方 A 網站競標的機率

$(v_1-b_{1A})F(b_{1A}>b_{2A}(v_2))=$ 在買方 1 與 2 都參與賣方 A 網站競標的情況下，買方 1 獲得的預期報酬

$(v_1-P_A)F(b_{2A}(v_2)<P_A)=$ 在僅有買方 1 參與而買方 2 退出賣方 A 網站競標的情況下，買方 1 獲得的預期報酬

(b) 在賣方 B 的網站參與競標時的目標函數：

$$\underset{b_{1B}}{\text{Maximize}}\quad u_{1B}=(v_1-b_{1B})F(b_{1B}>b_{2B}(v_2))+(v_1-P_B)F(b_{2B}(v_2)<P_B)$$

－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－（3.4）

其中：

$u_{1B}=$ 買方 1 在賣方 B 的網站參與競標後獲得的預期報酬（expected payoff）或預期效用（expected utility）

$b_{1B}=b_{1B}(v_1)=a_{1B}+c_{1B}v_1=$ 買方 1 在賣方 B 的網站參與競標所決定的競標價（bid），因為 $v_1\in[0,1]$ 並服從均勻分配，所以 $b_{1B}\in[a_{1B},a_{1B}+c_{1B}]$ 並服從均勻分配

$b_{2B}=b_{2B}(v_2)=a_{2B}+c_{2B}v_2=$ 買方 2 在賣方 B 的網站參與競標所決定的競標

價（bid），因為$v_2 \in [0,1]$並服從均勻分配，所以$b_{2B} \in [a_{2B}, a_{2B}+c_{2B}]$並服從均勻分配

$F(b_{1B} > b_{2B}(v_2))$ = 買方 1 與 2 都參與賣方 B 網站競標的情況下，買方 1 得標（獲勝）的機率

$F(b_{2B}(v_2) < P_B)$ = 僅有買方 1 參與而買方 2 退出賣方 B 網站競標的機率

$(v_1 - b_{1B})F(b_{1B} > b_{2B}(v_2))$ = 在買方 1 與 2 都參與賣方 B 網站競標的情況下，買方 1 獲得的預期報酬

$(v_1 - P_B)F(b_{2B}(v_2) < P_B)$ = 在僅有買方 1 參與而買方 2 退出賣方 B 網站競標的情況下，買方 1 獲得的預期報酬

2. 買方 2 的競標價決策與目標函數：假設買方 2 在賣方 A 網站的競價決策與在賣方 B 網站的競價決策是相互獨立的，且買方 2 為風險中立（risk neutral）。

(a) 在賣方 A 的網站參與競標時的目標函數：

$$\underset{b_{2A}}{\text{Maximize}} \quad u_{2A} = (v_2 - b_{2A})F(b_{2A} > b_{1A}(v_1)) + (v_2 - P_A)F(b_{1A}(v_1) < P_A) \qquad (3.5)$$

其中：

u_{2A} = 買方 2 在賣方 A 的網站參與競標後獲得的預期報酬（expected payoff）或預期效用（expected utility）

v_2 = 買方 2 的最高願付價格（valuation），它是買方 2 的私人訊息，且$v_2 \in [0,1]$並服從均勻分配

$F(b_{2A} > b_{1A}(v_1))$ = 買方 1 與 2 都參與賣方 A 網站競標的情況下，買方 2 得標(獲勝)的機率

$F(b_{1A}(v_1) < P_A)$ = 僅有買方 2 參與而買方 1 退出賣方 A 網站競標的機率

$(v_2 - b_{2A})F(b_{2A} > b_{1A}(v_1))$ = 在買方 1 與 2 都參與賣方 A 網站競標的情況下，買方 2 獲得的預期報酬

$\left(v_2 - P_A\right)F\left(b_{1A}\left(v_1\right) < P_A\right)$＝在僅有買方 2 參與而買方 1 退出賣方 A 網站競標的情況下，買方 2 獲得的預期報酬

(b) 在賣方 B 的網站參與競標時的目標函數：

$$\underset{b_{2B}}{\text{Maximize}} \quad u_{2B} = \left(v_2 - b_{2B}\right)F\left(b_{2B} > b_{1B}\left(v_1\right)\right) + \left(v_2 - P_B\right)F\left(b_{1B}\left(v_1\right) < P_B\right) \qquad (3.6)$$

其中：

u_{2B} = 買方 2 在賣方 B 的網站參與競標後獲得的預期報酬（expected payoff）或預期效用（expected utility）

$F\left(b_{2B} > b_{1B}\left(v_1\right)\right)$＝買方 1 與 2 都參與賣方 B 網站競標的情況下，買方 2 得標(獲勝)的機率

$F\left(b_{1B}\left(v_1\right) < P_B\right)$＝僅有買方 2 參與而買方 1 退出賣方 B 網站競標的機率

$\left(v_2 - b_{2B}\right)F\left(b_{2B} > b_{1B}\left(v_1\right)\right)$＝在買方 1 與 2 都參與賣方 B 網站競標的情況下，買方 2 獲得的預期報酬

$\left(v_2 - P_B\right)F\left(b_{1B}\left(v_1\right) < P_B\right)$＝在僅有買方 2 參與而買方 1 退出賣方 B 網站競標的情況下，買方 2 獲得的預期報酬

第二節　賽局均衡

此小節以賽局理論的倒推法（backward induction），先求解第二階段中，風險中立的買方（競標者）的最適競價決策，得到兩個拍賣網站的 Bayesian Nash equilibrium 下買方的均衡競標價，然後將其分別代入買方 1 與 2 的預期報酬函數內，以求得兩個拍賣網站的 Bayesian Nash equilibrium 下買方的預期報酬函數，再將 Bayesian Nash equilibrium 下買方的均衡競標價及預期報酬函數往前代入 stage 1 的兩個賣方的利潤函數中，求解第一階段中，風險中立的賣方的最適底價

（保留價格）決策，並解得該階段 Bertrand-Nash equilibrium 下賣方的均衡保留價格，最後求得整個 two-stage game 均衡下買方的均衡競標價及賣方的均衡保留價格。

I. 第二階段（stage2）：兩位買方 1 與 2 的競標價（bid）決策與競爭階段

根據賽局理論的倒推法（backward induction），我們首先求解買方的最適競價決策，買方（競標者）同時出價，且彼此無法觀察對手的策略（標價），由於此為不完全訊息的靜態賽局，所以我們要求解 Bayesian Nash equilibrium。以下分別求解買方 1 與 2 在預期自己報酬最大時的最適競標價：

1. 買方 1 的競標價決策與目標函數：

(a) 極大化在賣方 A 的網站參與競標時的預期報酬：

$$\underset{b_{1A}}{\text{Maximize}} \quad u_{1A} = (v_1 - b_{1A})\frac{b_{1A} - P_A}{c_{2A}} + (v_1 - P_A)\frac{P_A - a_{2A}}{c_{2A}} \quad \text{-------}（3.7）$$

首先，我們根據（3.3）式計算買方 1 參與賣方 A 的網站的預期報酬，可得（3.7）式。而買方 1 必然會選擇最適的投標 b_{1A}^{BNE} 以使他的期望收益最大。因此，令 u_{1A} 最大的 b_{1A}^{BNE} 將滿足：

一階條件 F.O.C：$\dfrac{\partial u_{1A}}{\partial b_{1A}} = 0 \Rightarrow -\dfrac{b_{1A} - P_A}{c_{2A}} + \dfrac{v_1 - b_{1A}}{c_{2A}} = 0$

$$\Rightarrow b_{1A}^{BNE} = \frac{v_1 + P_A}{2} \quad \text{----------------}（3.8）$$

二階條件 S.O.C：$\dfrac{\partial^2 u_{1A}}{\partial b_{1A}^2} = -\dfrac{2}{c_{2A}} < 0$，表示在 $b_{1A} = b_{1A}^{BNE}$ 時，u_{1A} 存在極大值。

根據（3.8）式，我們可以看出買方 1 在賣方 A 的網站參與競標的競標價受到自己（買方 1）的最高願付價格及賣方 A 的保留價格影響，且皆為正相關；將（3.8）式與 $b_{1A} = b_{1A}(v_1) = a_{1A} + c_{1A}v_1$ 對照，並得到 $a_{1A} = \dfrac{P_A}{2}$，$c_{1A} = \dfrac{1}{2}$。

(b) 極大化在賣方 B 的網站參與競標時的預期報酬：

$$\underset{b_{1B}}{\text{Maximize}} \quad u_{1B}=\left(v_1-b_{1B}\right)\frac{b_{1B}-P_B}{c_{2B}}+\left(v_1-P_B\right)\frac{P_B-a_{2B}}{c_{2B}} \quad \text{-------}（3.9）$$

其次，我們根據（3.4）式計算買方 1 參與賣方 B 的網站的預期報酬，可得（3.9）式。而買方 1 必然會選擇最適的投標 b_{1B}^{BNE} 以使他的期望收益最大。因此，令 u_{1B} 最大的 b_{1B}^{BNE} 將滿足：

一階條件 F.O.C： $\frac{\partial u_{1B}}{\partial b_{1B}}=0 \Rightarrow -\frac{b_{1B}-P_B}{c_{2B}}+\frac{v_1-b_{1B}}{c_{2B}}=0$

$$\Rightarrow b_{1B}^{BNE}=\frac{v_1+P_B}{2} \quad \text{--------------}（3.10）$$

二階條件 S.O.C： $\frac{\partial^2 u_{1B}}{\partial b_{1B}^2}=-\frac{2}{c_{2B}}<0$，表示在 $b_{1B}=b_{1B}^{BNE}$ 時，u_{1B} 存在極大值。

根據（3.10）式，我們可以看出買方 1 在賣方 B 的網站參與競標的競標價受到自己（買方 1）的最高願付價格及賣方 B 的保留價格影響，且皆為正相關；將（3.10）式與 $b_{1B}=b_{1B}(v_1)=a_{1B}+c_{1B}v_1$ 對照，並得到 $a_{1B}=\frac{P_B}{2}$，$c_{1B}=\frac{1}{2}$。

2. 買方 2 的競標價決策與目標函數：

(a) 極大化在賣方 A 的網站參與競標時的預期報酬：

$$\underset{b_{2A}}{\text{Maximize}} \quad u_{2A}=\left(v_2-b_{2A}\right)\frac{b_{2A}-P_A}{c_{1A}}+\left(v_2-P_A\right)\frac{P_A-a_{1A}}{c_{1A}} \quad \text{------}（3.11）$$

再來，我們根據（3.5）式計算買方 2 參與賣方 A 的網站的預期報酬，可得（3.11）式。而買方 2 必然會選擇最適的投標 b_{2A}^{BNE} 以使他的期望收益最大。因此，令 u_{2A} 最大的 b_{2A}^{BNE} 將滿足：

一階條件 F.O.C： $\frac{\partial u_{2A}}{\partial b_{2A}}=0 \Rightarrow -\frac{b_{2A}-P_A}{c_{1A}}+\frac{v_2-b_{2A}}{c_{1A}}=0$

$$\Rightarrow b_{2A}^{BNE}=\frac{v_2+P_A}{2} \quad \text{--------------}（3.12）$$

二階條件 S.O.C： $\frac{\partial^2 u_{2A}}{\partial b_{2A}^2}=-\frac{2}{c_{1A}}<0$，表示在 $b_{2A}=b_{2A}^{BNE}$ 時，u_{2A} 存在極大值。

根據（3.12）式，我們可以看出買方 2 在賣方 A 的網站參與競標的競標價受到自己（買方 2）的最高願付價格及賣方 A 的保留價格影響，且皆為正相關；將

（3.12）式與$b_{2A}=b_{2A}(v_2)=a_{2A}+c_{2A}v_2$對照，並得到$a_{2A}=\frac{P_A}{2}$，$c_{2A}=\frac{1}{2}$。

(b) 極大化在賣方 B 的網站參與競標時的預期報酬：

$$\underset{b_{2B}}{\text{Maximize}} \quad u_{2B}=(v_2-b_{2B})\frac{b_{2B}-P_B}{c_{1B}}+(v_2-P_B)\frac{P_B-a_{1B}}{c_{1B}} \text{ ------（3.13）}$$

最後，我們根據（3.6）式計算買方 2 參與賣方 B 的網站的預期報酬，可得（3.13）式。而買方 2 必然會選擇最適的投標b_{2B}^{BNE}以使他的期望收益最大。因此，令u_{2B}最大的b_{2B}^{BNE}將滿足：

一階條件 F.O.C：$\frac{\partial u_{2B}}{\partial b_{2B}}=0 \Rightarrow -\frac{b_{2B}-P_B}{c_{1B}}+\frac{v_2-b_{2B}}{c_{1B}}=0$

$$\Rightarrow b_{2B}^{BNE}=\frac{v_2+P_B}{2} \text{ --------------（3.14）}$$

二階條件 S.O.C：$\frac{\partial^2 u_{2B}}{\partial b_{2B}^2}=-\frac{2}{c_{1B}}<0$，表示在$b_{2B}=b_{2B}^{BNE}$時，$u_{2B}$存在極大值。

根據上式，我們可以看出買方 2 在賣方 B 的網站參與競標的競標價受到自己（買方 2）的最高願付價格及賣方 B 的保留價格影響，且皆為正相關；將（3.14）式與$b_{2B}=b_{2B}(v_2)=a_{2B}+c_{2B}v_2$對照，並得到$a_{2B}=\frac{P_B}{2}$，$c_{2B}=\frac{1}{2}$。

3. Linear Bayesian Nash Equilibrium：

（3.8）、（3.10）、（3.12）和（3.14）式為 1 與 2 的買方（競標者）各自在 A 與 B 的網站拍賣商（賣方）參與競標的最適競標價，並將其代回（3.7）、（3.9）、（3.11）和（3.13）式，可得到 1 與 2 的買方（競標者）各自在 A 與 B 的網站拍賣商（賣方）參與競標的預期報酬。故買方（競標者）的競標價和預期報酬之 linear Bayesian Nash equilibrium 為：

$$b_{1A}^{BNE}=\frac{v_1+P_A}{2}\text{，}b_{1B}^{BNE}=\frac{v_1+P_B}{2}\text{，}b_{2A}^{BNE}=\frac{v_2+P_A}{2}\text{，}b_{2B}^{BNE}=\frac{v_2+P_B}{2}$$

$$u_{1A}^{BNE}=\frac{v_1^2-P_A^2}{2}\text{，}u_{1B}^{BNE}=\frac{v_1^2-P_B^2}{2}\text{，}u_{2A}^{BNE}=\frac{v_2^2-P_A^2}{2}\text{，}u_{2B}^{BNE}=\frac{v_2^2-P_B^2}{2}$$

可以看出買方 1 或 2 在賣方 A 或 B 的網站參與競標的預期報酬與自己（買

方 1 或 2）的最高願付價格呈現正相關，而與賣方 A 或 B 的保留價格呈現負相關（符合直覺）。

II. 第一階段（stage1）：賣方 A 與 B 的保留價格(reserve price)決策與競爭階段

接下來，我們求解賣方的最適底價決策，兩位賣方 A 與 B 各自將兩位買方 1 與 2 在第二階段 Bayesian Nash equilibrium 下的預期報酬（即 u_1 和 u_2）納入決策，並決定保留價格 P_A 及 P_B 。

1. 極大化賣方 A 的利潤函數：

$$\underset{p_A}{\text{Maximize}} \quad \pi_A$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{v_1 + v_2 + 2P_A}{4} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 + P_B^2 - P_A^2} + \frac{1}{4} \cdot \left(P_B^2 - P_A^2\right) \cdot Ln\left(P_B^2 - P_A^2 + 2\left(1 + \sqrt{1 + P_B^2 - P_A^2}\right)\right) \right]^2 \\
&\quad + P_A \cdot 2 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 + P_B^2 - P_A^2} + \frac{1}{4} \cdot \left(P_B^2 - P_A^2\right) \cdot Ln\left(P_B^2 - P_A^2 + 2\left(1 + \sqrt{1 + P_B^2 - P_A^2}\right)\right) \right] \\
&\quad \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 + P_A^2 - P_B^2} + \frac{1}{4} \cdot \left(P_A^2 - P_B^2\right) \cdot Ln\left(P_A^2 - P_B^2 + 2\left(1 + \sqrt{1 + P_A^2 - P_B^2}\right)\right) \right] \\
&= \frac{1}{16} \left(\sqrt{1 + P_B^2 - P_A^2} + \left(P_B^2 - P_A^2\right) \cdot Ln\left(1 + \sqrt{1 + P_B^2 - P_A^2}\right) \right) \\
&\quad \cdot \Big[8P_A \cdot \left(\sqrt{1 + P_A^2 - P_B^2} + \left(P_A^2 - P_B^2\right) \cdot Ln\left(1 + \sqrt{1 + P_A^2 - P_B^2}\right) \right) \\
&\quad + \left(v_1 + v_2 + 2P_A\right) \cdot \left(\sqrt{1 + P_B^2 - P_A^2} + \left(P_B^2 - P_A^2\right) \cdot Ln\left(1 + \sqrt{1 + P_B^2 - P_A^2}\right) \right) \Big]
\end{aligned}$$

--（3.15）

我們根據買方 1 與 2 在第二階段 Bayesian Nash equilibrium 下的預期報酬代入（3.1）式計算賣方 A 的預期利潤，可得（3.15）式。而賣方 A 必然會選擇最適的保留價格 P_A^{NE} 以使他的期望利潤最大。因此，令 π_A 最大的 P_A^{NE} 將滿足：

一階條件 F.O.C： $\dfrac{\partial \pi_A}{\partial P_A} = 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{16} \Big[\left(\sqrt{1 + P_B^2 - P_A^2} + \left(P_B^2 - P_A^2\right) \cdot Ln\left(1 + \sqrt{1 + P_B^2 - P_A^2}\right) \right)$$

$$\cdot \Big(6P_A^2 + 8\sqrt{1 + P_A^2 - P_B^2} + 2\sqrt{1 + P_B^2 - P_A^2} - P_A\left(v_1 + v_2\right) + 8\left(3P_A^2 - P_B^2\right)$$

$$\cdot Ln\left(1+\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}\right)+2\left(P_B^2\text{-}P_A\left(3P_A+v_1+v_2\right)\right)\cdot Ln\left(1+\sqrt{1+P_B^2-P_A^2}\right)\Big)$$

$$\text{-}P_A\cdot\left(1+2\cdot Ln\left(1+\sqrt{1+P_B^2-P_A^2}\right)\right)$$

$$\cdot\Big(8P_A\cdot\left(\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}+\left(P_A^2-P_B^2\right)\cdot Ln\left(1+\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}\right)\right)$$

$$+\left(v_1+v_2+2P_A\right)\cdot\left(\sqrt{1+P_B^2-P_A^2}+\left(P_B^2-P_A^2\right)\cdot Ln\left(1+\sqrt{1+P_B^2-P_A^2}\right)\right)\Big)\Big]=0$$

並解得賣方 A 的反應函數（reaction function）：

$$P_A^*=R_A\left(P_B\right) \quad \text{------------------------------------} \quad (3.16)$$

其中：二階條件 S.O.C：$\dfrac{\partial^2\pi_A}{\partial P_A^2}<0$，表示在 $P_A=P_A^{NE}$ 時，π_A 存在極大值。

2. 極大化賣方 B 的利潤函數：

$$\underset{p_B}{\text{Maximize}} \quad \pi_B$$

$$=\frac{v_1+v_2+2P_B}{4}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}+\frac{1}{4}\cdot\left(P_A^2-P_B^2\right)\cdot Ln\left(P_A^2-P_B^2+2\left(1+\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}\right)\right)\right]^2$$

$$+P_B\cdot 2\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}+\frac{1}{4}\cdot\left(P_A^2-P_B^2\right)\cdot Ln\left(P_A^2-P_B^2+2\left(1+\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}\right)\right)\right]$$

$$\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\sqrt{1+P_B^2-P_A^2}+\frac{1}{4}\cdot\left(P_B^2-P_A^2\right)\cdot Ln\left(P_B^2-P_A^2+2\left(1+\sqrt{1+P_B^2-P_A^2}\right)\right)\right]$$

$$=\frac{1}{16}\left(\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}+\left(P_A^2-P_B^2\right)\cdot Ln\left(1+\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}\right)\right)$$

$$\cdot\Big[8P_B\cdot\left(\sqrt{1+P_B^2-P_A^2}+\left(P_B^2-P_A^2\right)\cdot Ln\left(1+\sqrt{1+P_B^2-P_A^2}\right)\right)$$

$$+\left(v_1+v_2+2P_B\right)\cdot\left(\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}+\left(P_A^2-P_B^2\right)\cdot Ln\left(1+\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}\right)\right)\Big]$$

$$\text{--} \quad (3.17)$$

我們根據買方 1 與 2 在第二階段 Bayesian Nash equilibrium 下的預期報酬代入（3.2）式計算賣方 B 的預期利潤，可得（3.17）式。而賣方 B 必然會選擇最適的保留價格 P_B^{NE} 以使他的期望利潤最大。因此，令 π_B 最大的 P_B^{NE} 將滿足：

一階條件 F.O.C：$\dfrac{\partial \pi_B}{\partial P_B}=0$

$$\Rightarrow \frac{1}{16}\Big[\Big(\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}+\left(P_A^2-P_B^2\right)\cdot Ln\left(1+\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}\right)\Big)$$

$$\cdot\Big(6P_B^2+2\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}+8\sqrt{1+P_B^2-P_A^2}\text{-}P_B\left(v_1+v_2\right)+8\left(3P_B^2-P_A^2\right)$$

$$\cdot Ln\left(1+\sqrt{1+P_B^2-P_A^2}\right)+2\left(P_A^2\text{-}P_B\left(3P_B+v_1+v_2\right)\right)\cdot Ln\left(1+\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}\right)\Big)$$

$$\text{-}P_B\cdot\left(1+2\cdot Ln\left(1+\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}\right)\right)$$

$$\cdot\Big(8P_B\cdot\left(\sqrt{1+P_B^2-P_A^2}+\left(P_B^2-P_A^2\right)\cdot Ln\left(1+\sqrt{1+P_B^2-P_A^2}\right)\right)$$

$$+\left(v_1+v_2+2P_B\right)\cdot\left(\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}+\left(P_A^2-P_B^2\right)\cdot Ln\left(1+\sqrt{1+P_A^2-P_B^2}\right)\right)\Big)\Big]=0$$

並解得賣方 B 的反應函數（reaction function）：

$$P_B^*=R_B\left(P_A\right) \quad \text{------------------------------------} \quad (3.18)$$

其中：二階條件 S.O.C：$\dfrac{\partial^2 \pi_B}{\partial P_B^2}<0$，表示在 $P_B=P_B^{NE}$ 時，π_B 存在極大值。

3. Bertrand Nash equilibrium：

由於（3.16）和（3.18）式過於複雜，所以我們使用數學軟體 Mathematica 聯立求解（3.16）和（3.18）式，解得 $0<P_A^{NE}=P_B^{NE}<1$（符合假設），並求得整個 two-stage game 均衡下買方的最適競標價及預期報酬與賣方的最適保留價格及利潤函數。

$$p_A^{NE}=p_B^{NE}=\text{-}0.25\left(v_1+v_2\right)+\left[1.047649+\left(0.25\left(v_1+v_2\right)\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$b_{1A}^{NE}=b_{1B}^{NE}=0.375v_1\text{-}0.125v_2+\left[0.261912+\left(0.125\left(v_1+v_2\right)\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$b_{2A}^{NE}=b_{2B}^{NE}=\text{-}0.125v_1+0.375v_2+\left[0.261912+\left(0.125\left(v_1+v_2\right)\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$u_{1A}^{NE}=u_{1B}^{NE}$$

$$=0.4375v_1^2\text{-}0.0625v_2^2\text{-}0.125v_1v_2+\left(v_1+v_2\right)\left[0.065478+\left(0.0625\left(v_1+v_2\right)\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\text{-}0.523825$$

$$u_{2A}^{NE}=u_{2B}^{NE}$$

$$= \text{-}0.0625v_1^2 + 0.4375v_2^2\text{-}0.125v_1v_2 + (v_1+v_2)\left[0.065478 + \left(0.0625(v_1+v_2)\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\text{-}0.523825$$

$$\pi_A^{NE} = \pi_B^{NE} = \text{-}0.09375(v_1+v_2) + \left[0.409238 + 0.024414(v_1+v_2)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

第三節　雙占與獨占賣方之討論

本小節分別討論在兩家（雙占）賣方拍賣競爭的情況下，有無設立保留價格對賣方利潤的影響；若兩家賣方勾結形成一家獨占賣方，此時該如何設立保留價格使其利潤最大並與兩家賣方拍賣競爭的結果相對照。

雙占賣方（拍賣商）保留價格競爭 V.S 獨占賣方（拍賣商）

1. 雙占賣方拍賣競爭的利潤函數：有設立保留價格

$$\pi^{NE} = \pi_A^{NE} = \pi_B^{NE} = \text{-}0.09375(v_1+v_2) + \left[0.409238 + 0.024414(v_1+v_2)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

此時 $p_A^{NE} = p_B^{NE} = \text{-}0.25(v_1+v_2) + \left[1.047649 + \left(0.25(v_1+v_2)\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

$\because$ 買方的願付價格 $v_1 \in [0,1]$ 與 $v_2 \in [0,1]$

$\therefore$ 賣方的保留價格的範圍為

$p_A^{NE} = p_B^{NE} \in [0.639144, 1.023547]$（請參見圖 3-2）

則賣方的利潤函數的範圍為

$\pi_A^{NE} = \pi_B^{NE} \in [0.524465, 0.639717]$（請參見圖 3-3）

2. 雙占賣方拍賣競爭的利潤函數：無設立保留價格

根據 Julien, Kennes, and King (2002)的假設，若拍賣無設立保留價格時，等同於將保留價格設置為零，因為賣方不會設置一個小於零的保留價格，所以此時可以直接將保留價格設為零（ $p_A = p_B = 0$ ）代入上一節的買方最適投標的 Linear Bayesian Nash Equilibrium：（3.8）、（3.10）、（3.12）和（3.14）式與賣方的利潤函

數（3.15）和（3.17）式。因此，可得到在雙占賣方皆不設立保留價格的情況下：

$b_{1A}^{0} = b_{1B}^{0} = 0.5v_1$ ， $b_{2A}^{0} = b_{2B}^{0} = 0.5v_2$

$\pi^{0} = \pi_{A}^{0} = \pi_{B}^{0} = 0.0625(v_1 + v_2)$

$\because$ 買方的願付價格 $v_1 \in [0,1]$ 與 $v_2 \in [0,1]$

$\therefore$ 賣方的利潤函數的範圍為 $\pi_{A}^{0} = \pi_{B}^{0} \in [0, 0.125]$（請參見圖 3-4）

3. 採取單一底價（reserve price）的獨占廠商之決策：

若兩位賣方採取勾結行為，則如同一個獨占賣方。若此獨占賣方採取單一底價決策：$P_A = P_B = P_M$。此時類似多物品拍賣的同價拍賣（uniform-price auction），又稱為競爭拍賣（competitive auction），密封投標從高到低排序，拍賣品從最高投標價格開始依序分配直到物品賣光，此時所有的得標者支付相同的價格。因為 A 與 B 兩項產品為同質，且在這兩個拍賣網站設定相同的 P，所以買方 1 與買方 2 在 A 與 B 兩項產品的網站所獲得的效用應該是相同的，也就是買方 1 可能是同時參加 A 與 B 兩項產品的拍賣，或是同時不參加；同理，買方 2 也是採取相同的行為。所以獨占賣方的決策為使聯合利潤最大化，已不必再分為 A 與 B 利潤之和。

$$\underset{P_M}{\text{Maximize}} \quad \pi_M = 2 \cdot \left(\left(\frac{v_1 + P_M}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{v_2 + P_M}{2} \cdot \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{1}{4} + P_M \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \right)$$

$$= \tfrac{1}{8}(v_1 + v_2) + \tfrac{5}{4} P_M \quad \text{-------------------------} \quad (3.19)$$

根據買方 1 與 2 在第二階段 Bayesian Nash equilibrium 下的預期報酬來計算獨占賣方的預期利潤，可得（3.19）式。而獨占賣方必然會選擇最適保留價格 P_M^{*} 以使他的期望利潤最大。因此，令 π_M 最大的 P_M^{*} 將滿足：

一階條件 F.O.C：$\dfrac{\partial \pi_M}{\partial P_M} = \dfrac{5}{4} > 0$，表示 P_M 非最適解

$\because$ Maximize $P_M = 1$ $\therefore \pi_M = \tfrac{1}{8}(v_1 + v_2) + \tfrac{5}{4}$

又買方的願付價格 $v_1 \in [0,1]$ 與 $v_2 \in [0,1]$

$\therefore$ 賣方的保留價格的範圍為 $P_M = 1$（請參見圖 3-5）

則賣方的利潤函數的範圍為$\pi_M \in [1.25, 1.5]$（請參見圖 3-6）

4. 採取差別取價(底價, reserve price)的獨占廠商之決策：

一家獨占賣方（拍賣商）設立 A 與 B 兩項產品的拍賣網站以代替 A 與 B 兩家廠商，假設獨占賣方能夠區分買方 1 與買方 2，使其能夠在 A 與 B 產品的拍賣網站上，針對買方 1 與買方 2 分別設定底價為P_1與P_2。此時類似於多物品拍賣的多價拍賣（multiple-price auction），又稱為歧視性價格拍賣（discriminatory auction），其決定得標者的規則與同價拍賣相似，但每位得標者支付的價格就是自己的投標價。因為 A 與 B 兩項產品為同質，且獨占賣方在這兩個拍賣網站設定相同的P_1與P_2，所以買方 1 與買方 2 在 A 與 B 兩項產品的網站所獲得的效用應該是相同的，也就是買方 1 可能是同時參加 A 與 B 兩項產品的拍賣，或是同時不參加；同理，買方 2 也是採取相同的行為。假設買方 1 的願付價較買方 2 高，即$v_1 > v_2$。所以整個獨占廠商的決策不必再分為 A 與 B 利潤之和。

$$\underset{P_1, P_2}{\text{Maximize}} \quad \pi_{MM}$$

$$= \left[(v_1 + P_1)\cdot\left(P_1 - P_2 + \tfrac{1}{2}\right) + (v_2 + P_2)\cdot\left(P_2 - P_1 + \tfrac{1}{2}\right)\right]\cdot(1\text{-}P_1)\cdot(1\text{-}P_2) + 2\cdot P_1\cdot P_2\cdot(2 - P_1 - P_2)$$

---------------------------------------（3.20）

根據買方 1 與 2 在第二階段 Bayesian Nash equilibrium 下的預期報酬來計算獨占賣方的預期利潤，可得（3.20）式。而獨占賣方必然會選擇最適保留價格P_1^*和P_2^*以使他的期望利潤最大。因此，令π_{MM}最大的P_1^*和P_2^*將滿足：

一階條件 F.O.C：$\dfrac{\partial \pi_{MM}}{\partial P_1} = 0$

$$\Rightarrow P_2^3\text{-}P_1^2(v_1 + 3) + P_2^2\left(v_2 - \tfrac{1}{2}\right) + 3P_1^2P_2 - 4P_1P_2^2 + P_1P_2(2v_1 - 2v_2 - 1)$$

$$- P_1(2v_1 - 2v_2 - 1) + P_2\left(\tfrac{1}{2}v_1 + \tfrac{1}{2}v_2 + 1\right) + \tfrac{1}{2}v_1 - \tfrac{3}{2}v_2 + \tfrac{1}{2} = 0$$

---------------------------------------（3.21）

一階條件 F.O.C：$\dfrac{\partial \pi_{MM}}{\partial P_2} = 0$

$$\Rightarrow P_1^3 + P_1^2\left(v_1 - \tfrac{1}{2}\right) - P_2^2\left(v_2 + 3\right) - 4P_1^2 P_2 + 3P_1 P_2^2 + P_1 P_2\left(2v_2 - 2v_1 - 1\right)$$

$$+ P_1\left(\tfrac{1}{2}v_1 + \tfrac{1}{2}v_2 + 1\right) - P_2\left(2v_2 - 2v_1 - 1\right) - \tfrac{2}{2}v_1 + \tfrac{1}{2}v_2 + \tfrac{1}{2} = 0$$

--（3.22）

由於（3.21）和（3.22）式聯立求解過於複雜，所以將透過泰勒展開式（Taylor expansion）予以線性化（linearization），並使用數學軟體 Mathematica 聯立求解，解得：

$$p_1^* = \frac{A}{C} \qquad p_2^* = \frac{B}{C}$$

其中：

$$A = 4v_2^5 + v_2^4\left(34 + 24v_1\right) - 2v_2^3\left(12 + 119v_1 + 42v_1^2\right) + v_2^2\left(25 + 48v_1 + 266v_1^2 + 116v_1^3\right)$$
$$+ v_2\left(-23 + 12v_1 - 179v_1^2 + 22v_1^3 - 96v_1^4\right) + v_1\left(11 - 13v_1 + 47v_1^2 - 84v_1^3 + 36v_1^4\right)$$

$$B = 4v_1^5 + v_1^4\left(34 + 24v_2\right) - 2v_1^3\left(12 + 119v_2 + 42v_2^2\right) + v_1^2\left(25 + 48v_2 + 266v_2^2 + 116v_2^3\right)$$
$$+ v_1\left(-23 + 12v_2 - 179v_2^2 + 22v_2^3 - 96v_2^4\right) + v_2\left(11 - 13v_2 + 47v_2^2 - 84v_2^3 + 36v_2^4\right)$$

$$C = 52v_1^4 - 12v_1^3\left(17 + 12v_2\right) + v_1^2\left(105 + 204v_2 + 184v_2^2\right)$$
$$- 6v_1\left(-4 + 67v_2 - 34v_2^2 + 24v_2^3\right) + v_2\left(24 + 105v_2 - 204v_2^2 + 52v_2^3\right)$$

$\because$ 買方的願付價格 $v_1 \in [0,1]$ 與 $v_2 \in [0,1]$，且假設 $v_1 > v_2$

$\therefore$ 賣方的保留價格的範圍為 $P_1 \in [-0.391059, 1.2756]$（請參見圖 3-7）

$P_2 \in [-2.23226, 2.63448]$（請參見圖 3-8）

則賣方的利潤函數的範圍為 $\pi_{MM} \in [0.232371, 1.16543]$（請參見圖 3-9）

5. 透過賣方的利潤函數的範圍，我們可以得知：

$$\pi_M > \pi_{MM} > \pi_A^{NE} = \pi_B^{NE} > \pi_A^0 = \pi_B^0$$

但由於採取差別取價的獨占賣方之保留價格較難以判斷，為了方便比較與分析，我們假設 $v_1 = 0.5$ ，$v_2 = 0.3$，可得到以下結果：

$$P_A^0 = P_B^0 = 0 < P_A^{NE} = P_B^{NE} = 0.0070109 < P_1 = 0.684567 < P_2 = 0.749749 < P_M = 1$$

$$\pi_A^0 = \pi_B^0 = 0.05 < \pi_A^{NE} = \pi_B^{NE} = 0.111133 < \pi_{MM} = 0.668171 < \pi_M = 1.35$$

由此可知，雙占賣方拍賣競爭的利潤函數明顯小於一家獨占賣方的利潤函數。在賣方競爭的情況下，有設立保留價格的利潤函數會大於無設立保留價格的利潤函數。而在獨占賣方的情況下，設立單一底價的利潤函數會大於差別取價的利潤函數。

第四節　小結

本小節為本章結論，並與 Burguet and Sakovics (1999)、Julien, Kennes and King (2002)及 Schmitz (2003)的結果作比較。

命題 1：兩賣方競爭的保留價格會相同，而兩位買方的參與競標的機率會相同。

（1） $b_1^{NE} = b_{1A}^{NE} = b_{1B}^{NE}$，即買方（競標者）1 至賣方（拍賣商）A 與 B 的競標價相同。

（2） $b_2^{NE} = b_{2A}^{NE} = b_{2B}^{NE}$，即買方（競標者）2 至賣方（拍賣商）A 與 B 的競標價相同。

（3） $u_1^{NE} = u_{1A}^{NE} = u_{1B}^{NE}$，即買方（競標者）1 參與賣方（拍賣商）A 與 B 的預期報酬（或預期效用）相同。

（4） $u_2^{NE} = u_{2A}^{NE} = u_{2B}^{NE}$，即買方（競標者）2 參與賣方（拍賣商）A 與 B 的預期報酬（或預期效用）相同。

（5） $\pi^{NE} = \pi_A^{NE} = \pi_B^{NE}$，即賣方（拍賣商）A 與 B 的利潤相同。

是否願付價格較高的買方是較有意願到保留價格較高的賣方參與競標，以及願付價格較低的買方是較有意願到保留價格較低的賣方參與競標嗎？由賽局均衡結果可知，因為賣方（拍賣商）A 與 B 的保留價格（即底價，reserve price）相同，使得買方（競標者）1 至賣方（拍賣商）A 與 B 的競標價和預期報酬相同，以及買方（競標者）2 至賣方（拍賣商）A 與 B 的競標價和預期報酬相同。因此，買方（競標者）1 與 2 參與賣方（拍賣商）A 與 B 競標的機率會相同；進而使得

賣方（拍賣商）A 與 B 的利潤相同。

命題 2：兩家賣方（拍賣商）競爭下的保留價格不會下殺至零。

因為 $P_r^{NE} = P_A^{NE} = P_B^{NE}$，即賣方（拍賣商）A 與 B 的保留價格（即底價，reserve price）相同。由 Bertrand Nash equilibrium 可知，在相同賣方與相異買方的情況下，兩家賣方（拍賣商）的保留價格（即底價）會相同，且 $0 < P_A^{NE} = P_B^{NE} < 1$（參見表 3-1、圖 3-2），有趣的是，此表示在兩家賣方（拍賣商）競爭下的保留價格不會下殺至零；此與傳統的 Bertrand Nash equilibrium 的結果不同。此結果與 Burguet and Sakovics (1999)之文獻結果相同，賣方的均衡選擇是藉由在保留價格下有連續特性的潛在買方，與其他價格競爭策略的模型對照，需求的反應在對保留價格的改變是相當平穩的，而 Schmitz (2003)認為當賣方有產能限制時，賣方競爭下的保留價格不會下殺至零，一點也不令人訝異。

命題 3：兩位買方的競標價不一定會相同。

（1） 若 $v_1 > v_2$，則 $b_1^{NE} > b_2^{NE}$，$u_1^{NE} > u_2^{NE}$

（2） 若 $v_1 = v_2$，則 $b_1^{NE} = b_2^{NE}$，$u_1^{NE} = u_2^{NE}$

（3） 若 $v_1 < v_2$，則 $b_1^{NE} < b_2^{NE}$，$u_1^{NE} < u_2^{NE}$

由上述結果可知，買方（競標者）1 與 2 參與賣方（拍賣商）的競標價和預期報酬（或預期效用），要視其願付價格的高低而定（參見表 3-1）。若買方（競標者）的願付價格愈高，則其競標價和預期報酬（或預期效用）將愈高；反之，亦然。而只有在兩位買方的願付價格相同下，其競標價才會相同。

命題 4：在雙占賣方拍賣競爭情況下，有設立保留價格的期望利潤會大於無設立保留價格的期望利潤。

賣方通常傾向於設立保留價格拍賣，這是合理的，因為此策略可以保證賣家一定的收益，不會因為物品售出時的成交價格過低而遭受損失。此與 Julien, Kennes and King (2002) 之文獻結果相同。表示網拍賣家有誘因設置拍賣底價，然而在現實生活中，競標者通常傾向於參與無設立拍賣底價的賣家拍賣。

命題 5：雙占賣方競爭下的保留價格與預期利潤是低於獨占賣方的保留價格與預期利潤。

由上述結果可知，$P_M > P_2 > P_1 > P_A^{NE} = P_B^{NE}$ ，且 $\pi_M > \pi_{MM} > \pi_A^{NE} = \pi_B^{NE}$ 。此時，我們發現一個有趣的結果，獨占賣方採單一價格的底價與利潤會大於採差別取價和雙占賣方價格競爭的底價與利潤。以下分二部份探討說明，首先，獨占賣方不論是採取單一底價或差別取價的預期利潤均會大於雙占賣方競爭的預期利潤，與傳統的產業經濟理論相符，因為在二家廠商價格競爭中，可能會造成削價競爭，使其價格與利潤甚低。

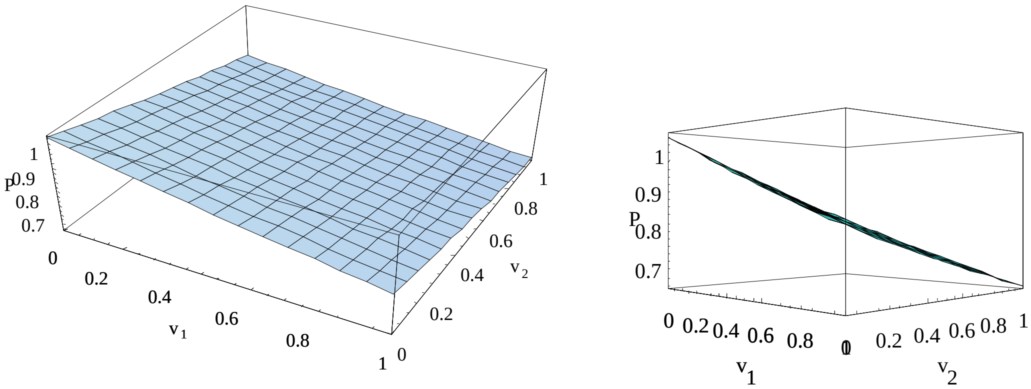
針對第二部份探討說明。傳統的產業經濟理論認為，採單一價格的利潤恆大於採差別取價的利潤，而且單一價格必會介於差別價格之間；然而，本文結果顯示獨占賣方採單一底價的預期利潤會大於採差別取價的預期利潤，此命題結果與傳統的經濟理論不符。一般所謂的「價格」，通常是指網路拍賣中的「直接購買價」，而本文則是指網路拍賣中的「底價」，因此，在傳統的經濟理論中，廠商採差別取價的利潤會大於採單一價格的利潤，且廠商採差別取價的消費者剩餘會小於採單一價格的消費者剩餘，因此，若廠商在兩個市場同時銷售時，通常會採差別取價；即對於願付價格較高的買方設較高的直接購買價，對於願付價格較低的買方設較低的直接購買價。然而，面對「底價」的設定，則有不同結果！在網路拍賣的競標中，買方（競標者）只會在底價至其願付價格的範圍中競標，因此，若底價大於買方的願付價格，則其將不會參與競標，而此時賣方只能賺到底價；若二位買方皆參與競標，此時賣方的利潤較大。賣方為了誘使二位買方皆會參與競標，所以在底價設定方面，採單一底價會大於採差別取價，且願付價格較低的買方的底價會大於願付價格較高的買方；即為了讓願付價格較低的買方會參與競標，賣方會將其底價設定小於其最高願付價格，且大於願付價格較高的買方。此外，在現實生活中，賣方無法區別願付價格較高與較低的買方，因此難以施行差別取價。

本章結論，仍未能與現實生活相符合，因此將於下一章節的模型稍作修改，

假設存在異質的網站拍賣商（賣方），並加入買方的到每家賣方的網站參與競標所付出的交易成本，以及賣方為了設立與維護網站競標的方便性而付出沉沒(固定)成本等措施，使其更能貼近現實生活。

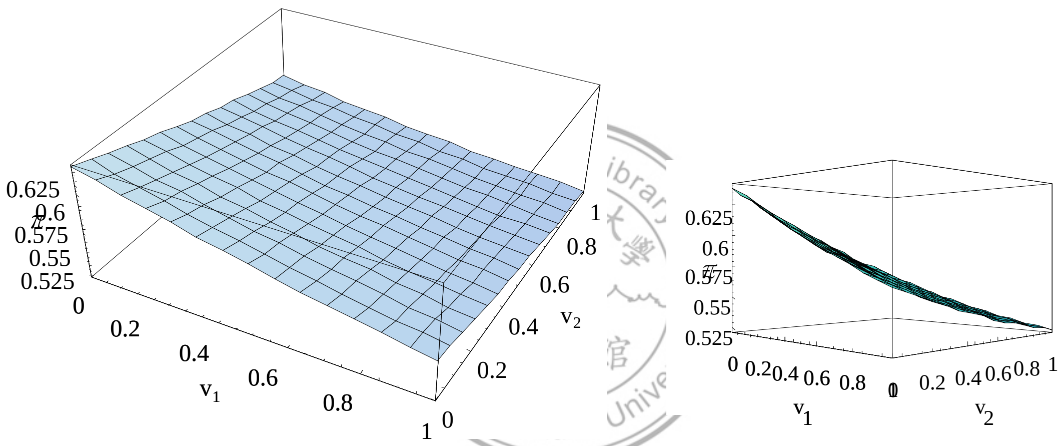
表 3-1　雙占賣方保留價格競爭

	P	π	b_1、b_2	u_1、u_2
$v_1=0$ $v_2=0$	1.023547	0.639717	$b_1=0.511773$ $b_2=0.511773$	$u_1=-0.523825$ $u_2=-0.523825$
$v_1=0.2$ $v_2=0.7$	0.822986	0.570616	$b_1=0.590129$ $b_2=0.840129$	$u_1=-0.318654$ $u_2=-0.093654$
$v_1=0.7$ $v_2=0.2$	0.822986	0.570616	$b_1=0.840129$ $b_2=0.590129$	$u_1=-0.093654$ $u_2=-0.318654$
$v_1=0$ $v_2=1$	0.803636	0.564773	$b_1=0.401818$ $b_2=0.901818$	$u_1=-0.322916$ $u_2=0.177084$
$v_1=0.5$ $v_2=0.5$	0.803636	0.564773	$b_1=0.651818$ $b_2=0.651818$	$u_1=-0.197916$ $u_2=-0.197916$
$v_1=1$ $v_2=0$	0.803636	0.564773	$b_1=0.901818$ $b_2=0.401818$	$u_1=0.177084$ $u_2=-0.322916$
$v_1=0.3$ $v_2=0.8$	0.784846	0.559279	$b_1=0.542423$ $b_2=0.792423$	$u_1=-0.262993$ $u_2=0.012007$
$v_1=0.8$ $v_2=0.3$	0.784846	0.559279	$b_1=0.792423$ $b_2=0.542423$	$u_1=0.012007$ $u_2=-0.262993$
$v_1=1$ $v_2=1$	0.639144	0.524465	$b_1=0.819572$ $b_2=0.819572$	$u_1=0.295747$ $u_2=0.295747$



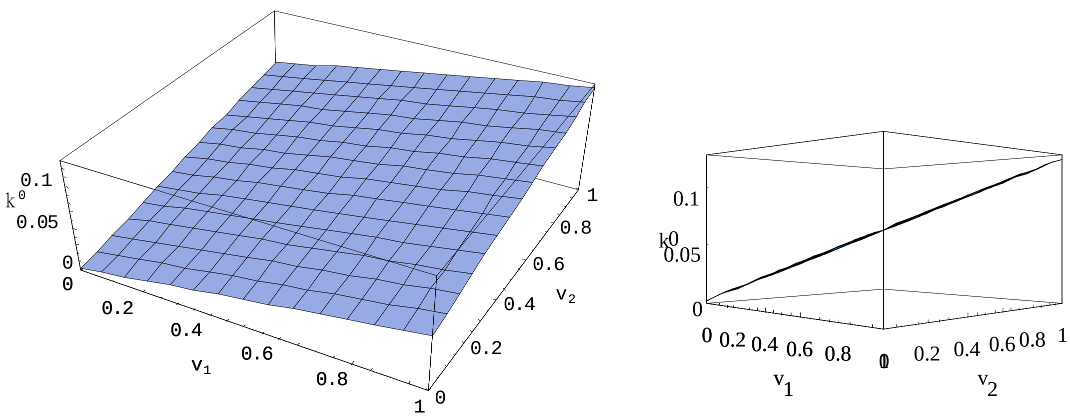
（a）　　　　　　　　　　（b）

圖（3-2）　雙占賣方價格競爭的均衡保留價格



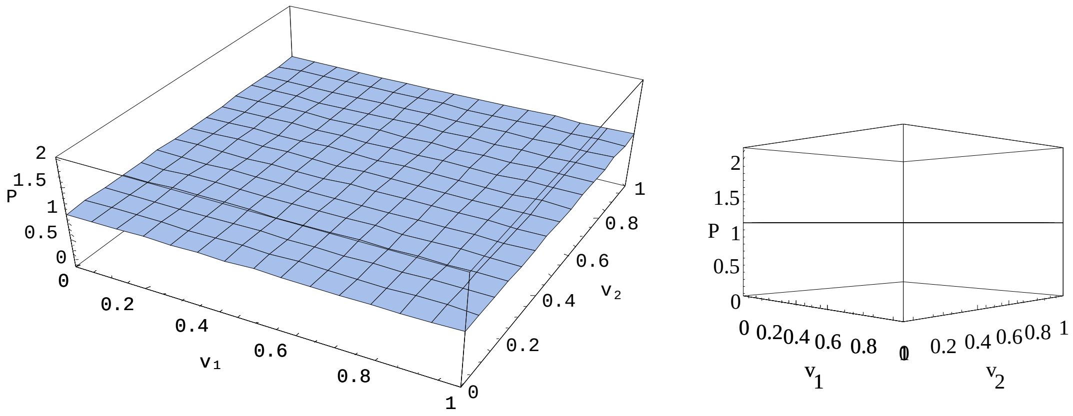
（a）　　　　　　　　　　（b）

圖（3-3）　雙占賣方價格競爭的利潤函數：有保留價格



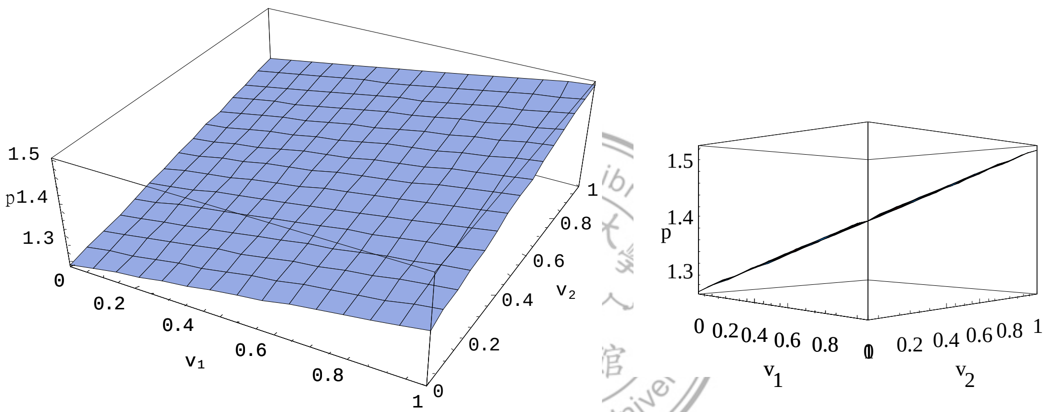
（a）　　　　　　　　　　（b）

圖（3-4）　雙占賣方價格競爭的利潤函數：無保留價格



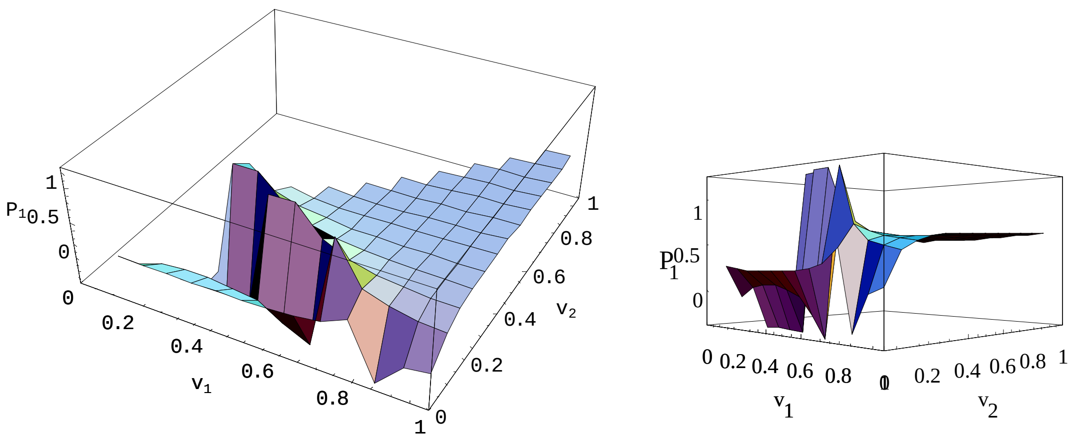
（a）　　　　　　　　　　　　（b）

圖（3-5）　單一底價的獨占廠商之保留價格



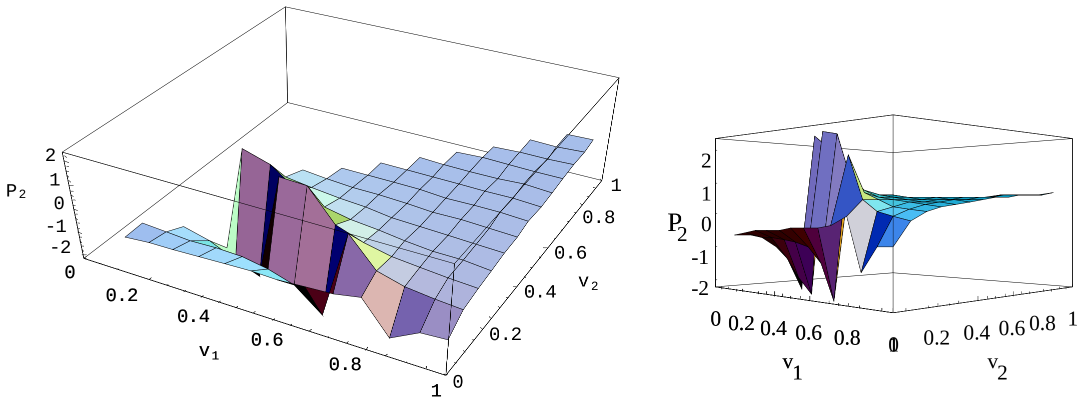
（a）　　　　　　　　　　　　（b）

圖（3-6）　單一底價的獨占廠商之利潤函數



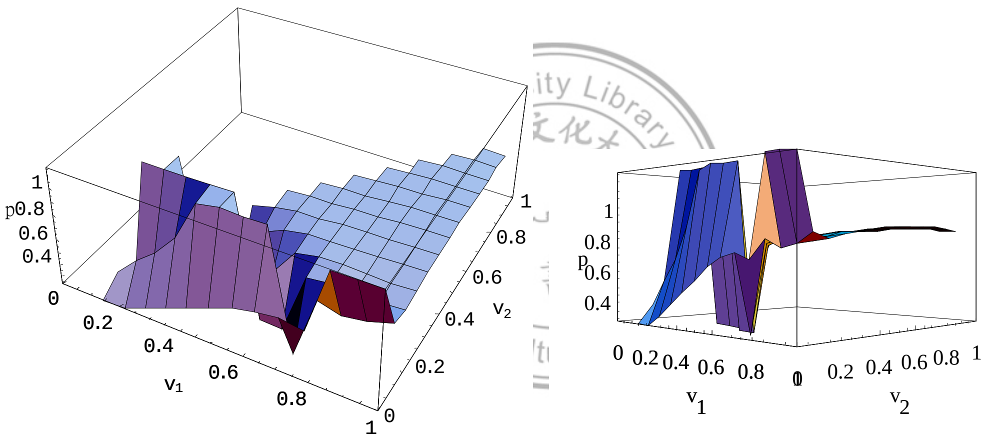
（a）　　　　　　　　　　　　（b）

圖（3-7）　差別取價(底價)的獨占廠商之保留價格 P_1



（a）　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（b）

圖（3-8）　差別取價(底價)的獨占廠商之保留價格 P_2



（a）　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（b）

圖（3-9）　差別取價(底價)的獨占廠商之利潤函數