

U-8-5

試計算下列：(寫出計算過程始記分)

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = ?$ (7%)

2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{x}\right) = ?$ (7%)

3. $y = (x+1)^{2x}$, $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1} = ?$ (7%)

4. $y = |x^2 - 1|$, $\frac{dy}{dx} = ?$ (7%)

5. (a). 試求笛卡爾葉形線 $x^3 + y^3 = 6xy$ 在點 (3,3) 的切線方程式。(7%)

(b). 試用微分之線性近似的概念, 求 $\sqrt{4.02}$ 近似值至小數點第三位。(7%)

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} \left[\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \left(\frac{2}{n}\right)^3 + \left(\frac{3}{n}\right)^3 + \dots + \left(\frac{n}{n}\right)^3 \right] \right\} = ?$ (10%)

7. 試以積分方式求橢圓形 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 內之面積? (12%)

8. (a). $\int_0^1 t^2 \cdot e^t dt = ?$ (7%) (b). $\int_0^\infty x \cdot e^{-x} dx = ?$ (7%)

9. 設某公司生產一款電動削鉛筆機之每天邊際成本為

$$C'(x) = 0.006x^2 - 0.06x + 2$$

其中 $C'(x)$ 是以元/個計之, 而 x 表產量. 此外該公司每天固定成本為 100 元.

試計算下列:

(a). 生產前 50 個產品之每天的總成本 (5%)

(b). 生產第 21 個產品到第 40 個產品時之每天的總成本 (5%)

10. 假設要生產某商品 $f(x,y) = 100x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{1}{4}}$ 單位時, 需要勞動力 x 單位及資本 y 單位, 諾每一單位的勞動力成本為 100 元而每一單位的資本為 200 元, 現在投入生產的預算為 200000 元, 為得最大產量, 則應使用勞動力與資本各多少單位? (12%)