

13:30-14:50

科目：微積分 (28-137)

一、填充題(共七題，每題 10 分，請依題號順序將答案書寫於答案紙上，不需要寫出計算過程。)

1. 極限 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} + x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 定積分 $\int_0^1 2 \tan^{-1}(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 若 $\cos(x^2) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, x \in \mathbb{R}$. 則 $\sum_{n=0}^6 a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 定積分 $\int_0^1 2x(x^2 - 1)^2 dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 逐次積分 $\int_0^2 \int_y^2 2e^{x^2} dx dy = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 若 $z = \frac{x+t^2}{x+t}$ 且 $x = \ln(t)$, 則 $\frac{dz}{dt}$ 在 $t=1$ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、計算題(共三題，每題 10 分，請依題號順序寫清楚每一題的計算過程。)

8. 求定積分 $\int_0^1 \frac{x^3 + 2x^2 + 2x + 3}{x^2 + 2x + 1} dx$ 。

9. 請利用 Lagrange 乘數法求函數 $f(x, y) = xy$ 受限於

$$x^2 + y^2 = 8, x > 0, y > 0 \text{ 的所有極值; 請盡可能的解釋清楚你所}$$

算出的極值為最大值或最小值。

10. 求積分 $\int_0^9 \int_0^{\sqrt{81-y^2}} \int_0^{\sqrt{81-x^2-y^2}} \frac{1}{x^2+y^2+z^2} dz dx dy$ 之值。