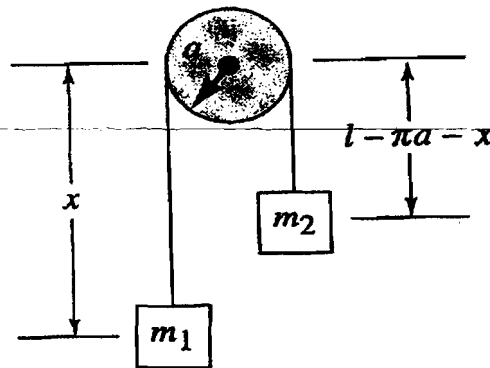


- 有一質點於位置  $x$  處受到力量  $F = -kx + kx^3/\alpha^2$  的作用，此力量的  $k$  與  $\alpha$  均為正值常數，

  - 求位能  $U(x)$ ； (10 分)
  - 當機械能  $E = k\alpha^4/4$  質點的運動為何種運動？ (10 分)
  
- 有一阿特伍德機 (Atwood's machine) 如下圖所示，其所懸掛質量為分別為  $m_1$  及  $m_2$ ，若繩子及滑輪質量可忽略，

  - 寫出此阿特伍德機的 *Lagrange*； (5 分)
  - 利用此 *Lagrange* 求阿特伍德機的尤拉運動方程式； (10 分)
  - 利用此 *Lagrange* 求阿特伍德機的動量； (5 分)
  - 利用此 *Lagrange* 求阿特伍德機的 *Hamiltonian*； (10 分)
  - 由阿特伍德機的 *Hamiltonian* 求阿特伍德機的 canonical 運動方程式； (10 分)。



- 有一複和擺如下圖所示，其所懸掛質量為  $m$ ，繩子長度為  $l$ ，若繩子質量可忽略，

  - 寫出此複和擺的 *Lagrange*； (10 分)
  - 利用此 *Lagrange* 求複和擺的尤拉運動方程式； (10 分)
  - 利用此尤拉運動方程式，求複和擺的擺動頻率； (10 分)
  - 利用此尤拉運動方程式，求複和擺的 Normal modes。 (10 分)

