行政院國家科學委員會專題研究計畫　成果報告

以模糊集合符號距離法解模糊經濟生產存貨模型之研究

計畫類別：個別型計畫
計畫編號：NSC93-2416-H-034-003-
執行期間：93 年 08 月 01 日至 94 年 07 月 31 日
執行單位：中國文化大學資訊管理學系暨研究所

計畫主持人：李惠明

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中　華　民　國 94 年 8 月 22 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※

※ **以模糊集合符號距離法解模糊經濟生產存貨模型之研究** ※

※ **A Fuzzy Economic Production Inventory Model Defuzzified** ※

※ **by the Signed Distance of Fuzzy Sets** ※

※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※

計畫類別：■個別型計畫

計畫編號：NSC 93-2416-H-034-003

執行期間：93 年 8 月 1 日至 94 年 7 月 31 日

計畫主持人：李惠明　中國文化大學資訊管理系所 教授

本成果報告包括以下應繳交之附件：

□赴國外出差或研習心得報告一份

□赴大陸地區出差或研習心得報告一份

□出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

□國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：中國文化大學資訊管理系

中華民國九十四年七月三十一日

以模糊集合符號距離法解模糊經濟生產存貨模型之研究

A Fuzzy Economic Production Inventory Model Defuzzified by the Signed Distance of Fuzzy Sets

計畫編號： NSC 93-2416-H-034-003

執行期限：93 年 8 月 1 日至 94 年 7 月 31 日

計畫主持人：李惠明　中國文化大學資訊管理系所 教授

一、 中文摘要

在生產存貨模型總成本函數 $F(q)=\frac{1}{2}a(1-\frac{r}{d})T\cdot q+\frac{b\cdot R}{q}=\frac{T}{2}a\cdot q-\frac{T}{2}\frac{a\cdot r}{d}\cdot q+\frac{b\cdot R}{q}$ 中，(q>0)，a 為每段每單位每天之存庫費、b 為每段生產成本、T 為計畫期間、 R 為計畫期間中之總需求量、r 為計畫期間中之每天需求量、d 為每天生產量、q 為每段生產量;$F(q)$是假定在計畫期間 T 中各段之 a、b、 R、r、q 與 d 均固定而導出者。

但是在實際問題中，上述變數中 d 及 r 或許會有少許變動，我們曾於 1998 年 [H.-M. Lee and J.-S. Yao: *European Journal of Operational Research*, Vol. 109, (1998) 203-211] 發表一篇論文「*Economic Production Quantity for Fuzzy Demand Quantity and Fuzzy Production Quantity*」，將 d 及 r 模糊化為三角模糊數 $\tilde{d}=(d_1,d_0,d_2)$、$\tilde{r}=(r_1,r_0,r_2)$ 求得模糊總成本 $M(\tilde{d},\tilde{r},q)$、並應用擴張原理求得 $M(\tilde{d},\tilde{r},q)$ 的隸屬函數、再利用重心法解得經濟生產量。

然而在實際問題中，不僅 d、 r 會有些許變動， q、a、 b *與* R 亦可能會有些許變動，因此我們於本研究中將 d、 r、q、a、 b *與* R 同時模糊化為三角模糊數，分別為 $\tilde{d}=(d_1,d_0,d_2)$、$\tilde{r}=(r_1,r_0,r_2)$、$\tilde{q}=(q_1,q_0,q_2)$ 、 $\tilde{a}=(a_1,a_0,a_2)$ 、 $\tilde{b}=(b_1,b_0,b_2)$、$\tilde{R}=(R_1,R_0,R_2)$，由 $F(q)$ 我們可得模糊總成本函數 $H(\tilde{q},\tilde{a},\tilde{b},\tilde{d},\tilde{r},\tilde{R})=(\frac{\tilde{T}}{2})\otimes\tilde{a}\otimes\tilde{q}-(\frac{\tilde{T}}{2})\otimes\tilde{a}\otimes\tilde{r}\otimes\tilde{q}\ominus\tilde{d}+\tilde{b}\otimes\tilde{R}\ominus\tilde{q}$，其中 $(\frac{\tilde{T}}{2})=(\frac{T}{2},\frac{T}{2},\frac{T}{2})$ 為模糊點。為求以模糊觀點之總成本估計值，我們可以應用擴張原理求得 $H(\tilde{q},\tilde{a},\tilde{b},\tilde{d},\tilde{r},\tilde{R})$ 的隸屬函數、再應用重心法解模糊化以求得最經濟生產量，然應用此法不但極為繁雜而且極難求得解。

本研究係應用 Yao 與 Wu 所提的模糊集合的具符號距離法（Signed Distance Method）取代擴張原理與重心法以求得模糊觀點之總成本估計值、並解得最經濟生產量。由於我們應用此方法導出的過程較之前利用擴張原理求得最適解更為簡捷、效果亦頗佳，因此，本研究深具重要性。

關鍵詞：模糊生產存貨模型；模糊總成本；具符號距離法

Abstract

In the economic production inventory model, the cost function is $F(q)=\frac{1}{2}a(1-\frac{r}{d})T\cdot q+\frac{b\cdot R}{q}=\frac{T}{2}a\cdot q-\frac{T}{2}\frac{a\cdot r}{d}\cdot q+\frac{b\cdot R}{q}$, ($q$>0), where q is the quantity produced per cycle, a is the holding cost per unit per day, b is the production cost per cycle, d is the production quantity per day, R is the total demand quantity of whole plan period, and r is the demand quantity per day. In order to solve the crisp economic production quantity, we always fix all the variables shown as above. But, in the real situation, both of the demand quantity (r) and the production quantity (d) per day probably will have some little disturbances every day for each cycle. In 1998, we fuzzified both of them (d and r) as the triangular fuzzy number and obtained the fuzzy total cost [H.-M. Lee and J.-S. Yao: *European Journal of Operational Research*, Vol. 109, (1998)

203-211]. We applied the extension principle to find the membership functions of the fuzzy total cost, then, we applied the centroid method to estimate the total cost in fuzzy sense and obtained the optimization problems. In the real situation, not only *d* and *r* have some little disturbances, but also *q*, *a*, *b*, and *R* may have some disturbances. Therefore, in this study, we fuzzify all the variables *q*, a, b, *r*, *d*, and *R* as the triangular fuzzy numbers $\tilde{d}=(d_1,d_0,d_2)$ 、 $\tilde{r}=(r_1,r_0,r_2)$ 、 $\tilde{q}=(q_1,q_0,q_2)$ 、 $\tilde{a}=(a_1,a_0,a_2)$ 、 $\tilde{b}=(b_1,b_0,b_2)$ and $\tilde{R}=(R_1,R_0,R_2)$ respectively, then we can obtain the fuzzy total cost $H(\tilde{q},\tilde{a},\tilde{b},\tilde{d},\tilde{r},\tilde{R})=(\frac{\tilde{T}}{2})\otimes\tilde{a}\otimes\tilde{q}-(\frac{\tilde{T}}{2})\otimes\tilde{a}\otimes\tilde{r}\otimes\tilde{q}$ $\oslash\tilde{d}+\tilde{b}\otimes\tilde{R}\oslash\tilde{q}$, where $(\frac{\tilde{T}}{2})=(\frac{T}{2},\frac{T}{2},\frac{T}{2})$ is the fuzzy point. In order to find the total cost in the fuzzy sense, we may apply the extension principle to solve the membership function of the fuzzy total cost $H(\tilde{q},\tilde{a},\tilde{b},\tilde{d},\tilde{r},\tilde{R})$, and then defuzzify it by the centroid method to estimate the total cost in the fuzzy sense and obtain the optimization problems. But, it is very hard and complex to derive them.

In this study, we apply the signed distance method proposed by Yao and Wu instead of the extension principle and centroid method to defuzzify the fuzzy total cost and obtain the optimal production quantity per cycle. The proposed method in this study will not only be derived easily but also have the good results. Therefore, the proposed method in this study is important in the fuzzy sense of the economic production inventory model.

Keywords: Fuzzy production inventory model; Fuzzy total cost; Signed distance

二、計畫緣由與目的

緣由

存貨問題中無論是無缺貨存貨模型、有缺貨存貨模型或是生產存貨模型均係作業研究學門中甚為重要的研究課題，從以前到最近均有甚多的學者投入於此領域的研究行列，亦均有很好的成果。

然而，當與環境稍許變動情況下有關的變數時，亦即當處於模糊環境下有關的變數時，如何求得最佳訂貨量是極為重要的課題。有鑑於此，我們曾於 1996 年【*Yao and Lee, Information Science*, Vol. 93, 283-319】提出【Fuzzy Inventory with Backorder for Fuzzy Order Quantity】、1998 年【*Lee and Yao, European Journal of Operational Research, Vol. 109, No. 1 (1998), 203-211*】提出「Economic Production Quantity for Fuzzy Demand Quantity and Fuzzy Production Quantity」、於 1998 年【*Chang, Yao and Lee, European Journal of Operational Research, Vol. 109, No. 1 (1998), 183-202*】提出「Economic Reorder Point for Fuzzy Backorder Quantity」、於 1999 年【*Lee* and Yao, *Fuzzy Sets and Systems, Vol. 105, No. 3 (1999), 13-31*】提出「Economic Order Quantity in Fuzzy Sense for Inventory without Backorder Model」、於 1999 年【*Yao and Lee, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 105, No. 3 (1999), 331-337*】提出「Fuzzy Inventory with or without Backorder for Fuzzy Order Quantity with Trapezoid Fuzzy Number」，以模糊理論處理與環境稍許變動情況下有關的變數，以求得最適解。

由於上述數篇期刊論文均利用擴張原理求得最適解，其導出過程是極為繁雜的；在本研究中我們提出應用具符號距離法於生產存貨模型以求得模糊觀點之總成本估計值、並解得最適解。

由於我們應用此方法導出的過程較之前利用擴張原理求得最適解更為簡捷、效果亦將較佳，因此，本研究深具重要性。

目的

在生產存貨模型總成本函數 $F(q)=\frac{1}{2}a(1-\frac{r}{d})T\cdot q+\frac{b\cdot R}{q}=\frac{T}{2}a\cdot q-\frac{T}{2}\frac{a\cdot r}{d}\cdot q+\frac{b\cdot R}{q}$ 中，(q>0)， a 為每段每單位每天之存庫費、b 為每段生產成本、T 為計畫期間、 R 為計畫期間中之總需求量、r 為計畫期間中之每天需求量、d 為每天生產量、q 為每段

生產量;$F(q)$是假定在計畫期間 T 中各段之 a、b、R、r、q 與 d 均固定而導出者。但是在實際問題中，上述變數中 d 及 r 或許會有少許變動，我們曾於 1998 年[H.-M. Lee and J.-S. Yao: *European Journal of Operational Research*, Vol. 109, (1998) 203-211] 發表一篇論文「*Economic Production Quantity for Fuzzy Demand Quantity and Fuzzy Production Quantity*」，將 d 及 r 模糊化為三角模糊數 $\tilde{d}=(d_1, d_0, d_2)$、$\tilde{r}=(r_1, r_0, r_2)$ 求得模糊總成本 $M(\tilde{d},\tilde{r},q)$、並應用擴張原理求得 $M(\tilde{d},\tilde{r},q)$ 的隸屬函數、再利用重心法解得經濟生產量。

然而在實際問題中，不僅 d、r 會有些許變動，q、a、b 與 R 亦可能會有些許變動，因此我們於本研究中將 d、r、q、a、b 與 R 同時模糊化為三角模糊數，分別為 $\tilde{d}=(d_1, d_0, d_2)$、$\tilde{r}=(r_1, r_0, r_2)$、$\tilde{q}=(q_1, q_0, q_2)$、$\tilde{a}=(a_1, a_0, a_2)$、$\tilde{b}=(b_1, b_0, b_2)$、$\tilde{R}=(R_1, R_0, R_2)$，由 $F(q)$ 我們可得模糊總成本函數 $H(\tilde{q},\tilde{a},\tilde{b},\tilde{d},\tilde{r},\tilde{R})=(\frac{\tilde{T}}{2})\otimes\tilde{a}\otimes\tilde{q}-(\frac{\tilde{T}}{2})\otimes\tilde{a}\otimes\tilde{r}\otimes\tilde{q}$ $\ominus\tilde{d}+\tilde{b}\otimes\tilde{R}\ominus\tilde{q}$，其中 $(\frac{\tilde{T}}{2})=(\frac{T}{2},\frac{T}{2},\frac{T}{2})$。為求以模糊觀點之總成本估計值，我們可以應用擴張原理求得 $H(\tilde{q},\tilde{a},\tilde{b},\tilde{d},\tilde{r},\tilde{R})$ 的隸屬函數、再應用重心法解模糊化以求得最經濟生產量，然應用此法不但極為繁雜而且極難求得解。

本研究係應用模糊集合的具符號距離法（Signed Distance Method）取代擴張原理與重心法以求得模糊觀點之總成本估計值、並解得最經濟生產量。由於我們應用此方法導出的過程較之前利用擴張原理求得最適解更為簡捷、效果亦頗佳，因此，本研究深具重要性。

本研究的目的係應用具符號距離法以求得模糊觀點之總成本估計值、並解得最經濟生產量，由於式子的導出將較為容易、而且計算較為簡單。尤其當式子中的分母被模糊化後，如應用擴原理欲求得最適解將是難上加難；然而，我們於本研究中所應用的方法極為簡捷、成效亦頗佳。

三、結果與討論

本計畫中我們應用具符號距離法以求得在生產存貨模型中模糊觀點之總成本估計值、並解得經濟生產量，由於式子的導出將較為容易、而且計算較為簡單。從表一至表三中我們可以得知本計畫所提的方法與之前【H.-M. Lee and J.-S. Yao: *European Journal of Operational Research*, Vol. 109, (1998) 203-211]】、【D.-C. Lin and J.-S. Yao, . *Fuzzy sets and Systems Vol.* 111, (2000) 465-495】所提的方法計算結果誤差極小，但是計算簡便。

四、 研究成果自評

本計畫之研究成果目前已有一篇論文於國際學術會議『The 11th ISSAT International Conference on Reliability and Quality in Design , St. Louis, Missouri, USA, August 4-6, 2005』上發表；另有一篇論文已投稿至國際學術期刊『Asia-Pacific Journal of Operational Research』，目前正在審稿中。

本計畫之研究內容與原計畫相符程度為 100%，也 100%達成預期目標

五、 參考文獻

[1]. James L. Buchanan and Peter R. Turner, *Numerical Methods and Analysis* (Mc Graw-Hill Inc, New York, 1992)

[2]. San-Chyi Chang, Jing-Shing Yao, and Huey-Ming. Lee, *Economic Reorder Point for Fuzzy Backorder Quantity,* European Journal of Operation Research 109, (1998) 183-202

[3]. Arnold Kaufmann and Madan M. Gupta, *Introduction to Fuzzy Arithematic Theory and Applications*(Van Nostrand Reinhold, New York,1991)

[4]. Huey-Ming Lee and Jing-Shing Yao, *Economic Production Quantity for Fuzzy*

Demand Quantity and Fuzzy Production Quantity, European Journal of Operational Research 109, (1998) 203-211

[5]. Huey-Ming Lee and Jing-Shing Yao, *Economic Order Quantity in uzzy Sense for Inventory without Backorder*, Fuzzy sets and Systems 105, (1999) 12-31

[6]. Der-Chin Lin and Jing-Shing Yao, *Fuzzy Economic Production for Production Inventory*, Fuzzy sets and Systems 111, (2000) 465-495

[7]. John H. Mathews, *Numerical Methods for Mathematics, Science, and Engineering* (Prentice-Hall International,Inc., London, 1992)

[8]. Robert J. Thierauf and Robert C. Klekamp, Decision Making Through Operations Research, 2nd Edition, John Wiley & Sons, Inc, 1975, New York, London

[9]. Jing-Shing Yao and Huey-Ming Lee, *Fuzzy Inventory with or without Backorder for Fuzzy Order Quantity with Trapezoid fuzzy number*, Fuzzy sets and Systems 105, (1999) 311-337

[10]. Jing-Shing Yao, San-Chyi Chang and Jin-Shieh Su, *Fuzzy Inventory without Backorder for Fuzzy Order Quantity and Fuzzy Total Demand Quantity*, Computer and Operation Research 27, (2000) 935-962

[11]. Jing-Shing Yao and Huey-Ming Lee, *Fuzzy Inventory with Backorder for Fuzzy Order Quantity*, Information Sciences 93, (1996) 283-319

[12]. Jing-Shing Yao, Jin-Shieh Su, *Fuzzy Inventory with Backorder for Fuzzy Total Demand Based on Interval-Valued Fuzzy Set*, European Journal of Operation Research 124, (2000) 390-408

[13]. Jing-Shing Yao, Kweimei Wu, *Ranking Fuzzy Numbers Based on Decomposition Principle and Signed Distance*, Fuzzy Sets and Systems 116, (2000) 275-288

[14]. H.-J. Zimmermann, *Fuzzy Set Theory and It's Application*, Second Revised Edition(Kluwer Academic Publishers,Boston/Dordrecht/London,1991)

Table 1 Comparing with Property 2, the crisp case and [4]

Property 2						Comparing with the crisp case		Comparing with [4]	
Δ_5	Δ_6	Δ_7	Δ_8	$q^{(0)}$	K_2	$q_r^{(0)}$ (%)	K_c (%)	$q_r^{(*)}$ (%)	$K_c^{(*)}$ (%)
0.05	0.05	0.05	0.05	15.811487	5059.612632	0.001	-0.001	-1.0782	-0.00062
0.1	0.1	0.1	0.1	15.811784	5059.517756	0.003	-0.003	-1.07638	-0.0025
0.15	0.15	0.15	0.15	15.812278	5059.359605	0.006	-0.006	-1.17329	-0.00562
0.2	0.1	0.2	0.1	15.792486	5065.700277	-0.12	0.12	-1.29699	0.12
0.5	0.5	0.5	0.5	15.821295	5056.476235	0.063	-0.063	-1.11693	-0.06261
1	1	1	1	15.851306	5046.902661	0.252	-0.252	-0.92936	-0.25182

Table 2 Comparing Property 3, crisp case and [6]

Property 3						Comparing with crisp case		Comparing with [6]	
Case	$q_1^{(0)}$	$q^{(0)}$	$q_2^{(0)}$	$q^{(00)}$	F_c	q_r^* (%)	F_r^* (%)	q_r^{**}	F_r^{**} (%)
1	1.9292	2.4261	3.0605	2.460475	807.366477	-1.581	0.921	-1.272	0.28597
2	1.808246	2.788232	3.215380	2.650022	811.799143	6.001	1.475	5.678	1.14
3	1.881480	2.626838	2.970143	2.526325	806.971306	1.053	0.871	-2.127	0.0486

Table 3 Comparing Property 3, crisp case and [6]

Property 3						Comparing with crisp case		Comparing with [6]	
Case	$q_1^{(0)}$	$q^{(0)}$	$q_2^{(0)}$	$q(00)$	F_c	q_r^* (%)	F_r^* (%)	q_r^{**}	F_r^{**} (%)
1	2.251568	2.449262	2.865649	2.503965	802.01984	0.157	0.252	0.472	0.378
2	2.325285	2.558537	2.997479	2.609959	802.86404	4.398	0.359	4.080	0.027
3	2.45	2.55	2.65	2.55	800.35808	2.	0.045	1.210	0.797