

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

橡膠發泡元件電腦輔助有限元素分析

Computer-Aided Finite Element Analysis on
Elastomeric Foam Components

計畫編號：NSC 89-2212-E-034-005

執行機構：私立中國文化大學機械工程學系

計畫主持人：陳為仁

執行期間：88年8月1日至89年7月31日

中華民國八十九年十月

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

橡膠發泡元件電腦輔助有限元素分析 Computer-Aided Finite Element Analysis on Elastomeric Foam Components

計畫編號：NSC 89-2212-E-034-005

執行期間：88年8月1日至89年7月31日

主持人：陳為仁 私立中國文化大學機械工程學系

一、中文摘要

本計畫利用電腦輔助工程分析解析地探討橡膠發泡材的機械性能，建立橡膠發泡材元件機械性能有限元素電腦輔助分析技術。計畫中利用 MSC/NASTRAN 軟體之二階 Rivlin 應變能函數嵌合拉伸或壓縮及體積壓縮試驗數據，以定義 EVA 超彈性材料常數，結合 EVA 發泡材之三維八節點六面體有限元素模型以進行非線性超彈性分析，結果顯示分析之受力變形結果與實驗值相當一致。因此，利用超彈性有限元素以模擬 EVA 發泡材之非線性變形行為是可行的。計畫中同時對 EVA 進行線彈性分析，結果值顯示僅適用於小應變變形。

關鍵詞：發泡，電腦輔助工程分析，有限元素，超彈性

Abstract

The objective of this project is focused on the assessment of the performance of elastomeric foam materials based on Computer-Aided Engineering (CAE). In the present study, the nonlinearly hyperelastic behavior of the EVA foam is approximated by a second-order hyperelastic constitutive model based on the generalized Rivlin strain energy function. Material constants were obtained from least square fitting of uniaxial tension or compression and volumetric compression test data. A 3D hyperelastic finite element model was employed to simulate the EVA foam using the 8-node brick elements of MSC/NASTRAN FEM software. It was found that the analytical results were in excellent

agreement with the test data. The application of nonlinear hyperelastic model on the highly nonlinear deformation of EVA foams is plausible. A linear elastic analysis of EVA foam was also investigated, which was found to be suitable only for small straining conditions.

Keywords: Foam, Computer-Aided Engineering, Finite Element, Hyperelastic

二、緣由與目的

鞋墊使用的材料為具有橡膠特性的高分子聚合物，主要有醋酸乙烯(EVA)的發泡物，聚氨基甲酸酯(PU)發泡外覆包覆膜，或是使用醋酸乙烯或聚乙烯(PE)材外包聚氨基甲酸酯材。一般橡膠發泡材具有當受到力作用時產生變形，且一旦移去外力後即恢復其初始形狀的能力，由於其廣泛的可用性及低價格，使其廣被許多產業所採用。如汽車車墊、包裝用發泡材及鞋類之鞋墊等。其機械性能除受本身材質的影響外，其幾何形狀如厚度及機械性質如楊氏係數均會對性能造成影響。而如何探討此些參數對橡膠發泡元件尤其是用於鞋子鞋墊者其機械性能的影響，實驗測試仍是主要的研究方法。然此一方法是非常費時的。同時為了得到一適用的通則，必須對不同特性的許多材料進行測試。而另外一種研究方法就是利用有限元素分析，此方法的潛能在其可將欲分析元件的不同材質、幾何形狀及負載的組合，快速且可重覆地在電腦上解析地探討前述參數對其機械性能的影響，並經由此參數分析以獲知重要的設計準則。

有關利用有限元素法於鞋子機械生物力學的分析[1-5]，乃是近十年之事。然而有限元素分析之於機械工程元件之應用已是行之有年，且

是非常成熟的一門技術。歐、美、日等先進國家於各類產品的研發，莫不使用電腦輔助工程工具 [6-10]，利用電腦模擬分析協助設計工程師作產品設計分析、診斷及改良以使設計結構最適化，在產品開發階段未開模生產前幫助工程師評估設計可行性，或在測試失敗後協助設計者診斷失敗可能原因並提供改良建議，減少測試所須次數及成本，同時提昇產品品質，使產品設計到製造的時間更縮短，增加產品市場的競爭力。由於近年來電腦運算速度及功能不斷進步及有限元素分析軟體分析功能的完備，使工程師與研究者有信心使用電腦輔助工程分析技術於產品研發 [11-13]，且此一技術已成為世界性的潮流與產品設計分析不可或缺的重要工具。

有鑑於此，本計劃針對橡膠發泡材料利用有限元素法解析地探討其機械性能，建立橡膠發泡元件機械性能有限元素電腦輔助分析技術。計畫中針對 EVA 發泡材料，使用線性與非線性有限元素法在電腦上而非在實驗室內進行橡膠發泡材的機械性質分析。探討線性與非線性有限元素法的適用性，及 EVA 發泡材在受到不同負載時的變形行為。計畫利用視窗版 MSC/NASTRAN 有限元素軟體，使用三維八節點六面體有限元素來模擬 EVA 橡膠元件及建構 EVA 橡膠發泡元件的有限元素模型，然後將 EVA 橡膠分別視為線性彈性材與非線性超彈性材 [14] 進行有限元素應力分析並探討其受力變形表現。分析所需材料機械性質，係對 EVA 發泡材標準試件進行拉伸、壓縮及體機壓縮試驗而取得。此一有限元素電腦輔助工程分析技術可對橡膠發泡元件的幾何形狀、材質、負載對其機械性能的影響作靈敏度分析，幫助設計工程師找出最適化的設計。可提供研究人員與橡膠發泡材製造者有效地評析橡膠發泡元件的機械特性，應用於橡膠發泡材性能的設計改善，具有相當學術研究及實務應用價值。

三、 結果與討論

本計畫針對廣泛用於運動鞋鞋墊之醋酸乙烯與乙烯聚合的發泡聚合物 EVA，利用超彈性有限元素分析模擬 EVA 發泡材受力變形之行為。MSC/NASTRAN 軟體之超彈性分析功能被用以模擬分析 EVA 發泡材之單軸向拉伸試驗、壓縮試驗及衝擊試驗，材料常數之獲得是對 EVA 發泡材之單軸向拉伸/壓縮及體積壓縮試驗實驗

數據，利用最小平方法對 Rivlin 應變能函數進行曲線嵌合而得。結果顯示二階 Rivlin 函數之超彈性材料常數定義 EVA 發泡材之材質，其有限元素分析結果與實驗數據最吻合，EVA 發泡材之拉伸及壓縮超彈性材料常數及其線彈性材料常數如表一所示。

表一、EVA 發泡材線彈性及超彈性材料常數

材料組 成律	材料常數		
		拉伸	壓縮
超彈性	A01	1.335 Mpa	-0.703 Mpa
	A10	-0.637 Mpa	0.972 Mpa
	A11	0.123 Kpa	-0.020 Mpa
	A20	0.430 Kpa	0.227 Mpa
	A02	0.249 Mpa	0.003 Mpa
	D1	564.9 Mpa	564.9 Mpa
	D2	5.564 Gpa	5.564 Gpa
線彈性	E	4.200 Mpa	1.614 Mpa
	v	0.499	0.499
	G	1.396 Mpa	0.538 Mpa
	K	1.130 Gpa	1.130 Gpa

圖一為 EVA 啞鈴形拉伸試片之 1/2 有限元素實體模型，採用之元素為三維八節點六面體元素，元素總數目為 1095，而節點總數目為 664。對稱面之邊界條件為各節點之 Y 方向位移固定，而在拉伸試片之夾持一端節點之邊界條件為將所有方向的位移均固定，受力端之負載為 306.36 (N)。

圖二為 EVA 發泡材拉伸試驗之線性及非線性有限元素分析之工程應力(F/Ao)及拉伸比(l/l0)結果與實驗數據之比較，結果顯示非線性超彈性有限元素分析結果與實驗值(最大應變率 340%)完全吻合；而視為線彈性材料時，在拉伸比 l/l0 < 1.06(應變率 < 6%)內分析值與實驗值才接近，大變形時兩者的差異則越大。所以線彈性分析僅適用小應變，對於預測高度變形狀態之 EVA 發泡材的受力變形表現，非線性超彈性分析遠優於線彈性分析。

圖三為 EVA 圓柱形壓縮試片之 1/2 有限元素實體模型，採用之元素亦為三維八節點六面體元素，元素總數目為 2480，而節點總數目為 3047。對稱面之邊界條件為各節點限制其 Y 方向位移，而在壓縮試片之夾持一端節點之邊界條件為

將所有 Z 方向的位移自由度固定。負載條件方面，係將總受力施加於剛體元素的主節點上，其負載為 882.3 (kg)。

圖四為 EVA 發泡材壓縮試驗之非線性有限元素分析之工程應力(F/Ao)及壓縮比(l/l0)結果與實驗數據之比較，結果顯示非線性有限元素分析結果與實驗值(最大應變率 85.09%)完全吻合；線彈性分析時同拉伸分析結果一樣，須在壓縮比相當小時才接近實驗值，大變形時兩者的差異則越大。因此，為描述 EVA 發泡材受力壓縮變形行為，三維非線性超彈性有限元素分析可確切地分析其在受大應變下的受力變形表現。

經由對 EVA 單軸向拉伸及壓縮試驗進行線彈性及非線性超彈性分析，分析結果顯示 EVA 發泡材料之線彈性分析僅適用小應變之時，對於預測受到高度變形狀態之 EVA 發泡材料的受力變形表現，使用非線性超彈性分析遠優於線彈性分析。因此對 EVA 發泡材進行受力變形分析，以採用非線性超彈性分析為宜。

圖五為厚度 25MM 長方體 EVA 發泡材承受一衝擊負載時之四分之一有限元素實體模型，採用之元素為三維八節點六面體元素。ZX 及 ZY 對稱面之邊界條件分別為各節點其 Y 及 X 方向位移固定，而在衝擊試片之置於測試台端節點之邊界條件為將所有 Z 方向的位移自由度固定。負載條件的設定方面，由於實際情況中，發泡材料試片與衝擊錘間有一接觸面，而試片所受的力是由重錘傳至其上，所以分析模型上方加一 2 維的平板元素(Plate Element)以模擬重錘的底部，並於試片實體模型及 2 維平板間用間隙元素(Gap Element)連接來呈現接觸面狀態，最後再將負載以壓力之形式加於平板上。

圖六係六組不同厚度 EVA 發泡材衝擊試片在 8.5 公斤及最大衝擊負載兩種情形下之受力變形圖，由圖中可知，在相同的受力時，較厚之試片其變形量較大，由此可判斷較厚之發泡材料其剛性較小，相對地吸收衝擊能的效果較佳。表二係將各試片最大受力變形量除以其原始厚度，以求得工程應變值，顯示厚度越大者其值越小，這代表當有一重物如計畫所用之重錘，在某一特定高度掉落撞擊此試片，厚度越大者能以較小之應變量吸收相同之能量(位能)，表示其緩衝吸震效果較佳。表二中加速度峰值係對六組不同厚度 EVA 發泡材料試片進行衝擊測試所得之測試值，其值愈小表示發泡材之緩衝吸震效果較好。由分析所

得之不同厚度 EVA 之工程應變與測試所得之加速度峰值比較，兩者隨厚度之變化驅勢一致且呈非線性，厚度越大其值越小，當厚度增加至大於或等於 25 公釐，每增加 5 公釐的厚度對值的影響變化並不顯著。

經由對不同厚度 EVA 發泡材料試片進行衝擊測試超彈性有限元素電腦模擬分析，結果顯示將分析所得之最大受力變形量除以發泡材原始厚度之工程應變值，可用以評析不同厚度 EVA 發泡材之衝擊緩衝吸震效能。

表二、EVA 發泡材衝擊測試有限元素分析結果

厚度	最大變形	工程應變	加速度峰值
15mm	5.41 mm	0.36	12.99 g
20mm	5.811 mm	0.29	10.98 g
25mm	6.17 mm	0.247	9.84 g
30mm	7.681 mm	0.256	10.64 g
35mm	8.173 mm	0.234	10.19 g
40mm	9.285 mm	0.232	10.44 g

四、計畫成果自評

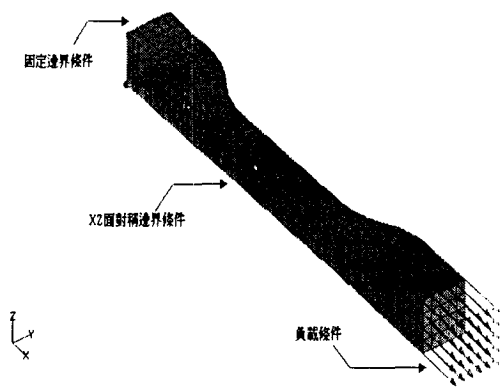
本計畫針對 EVA 發泡鞋墊材，利用電腦輔助工程分析解析地探討 EVA 發泡材的機械性能，建立 EVA 發泡材元件機械性能有限元素電腦輔助分析技術，此研究內容與原計畫相符。計畫中對 EVA 發泡材進行拉伸試驗、壓縮實驗與體積壓縮試驗，建立其非線性超彈性材料機械性質數據，以提供有限元素電腦模擬分析所須的材料常數。完成使用線性與非線性有限元素法在電腦上解析地進行 EVA 發泡材的機械性能分析，建立橡塑膠發泡元件機械性能電腦輔助有限元素分析技術，達成預期目標。

此一研究成果可對橡塑膠發泡元件的幾何形狀、材質、負載對其機械性能的影響作靈敏度分析，幫助設計工程師找出最適化的設計。提供工程師在產品設計程序初期用以評估設計可行性，或在測試失敗後協助設計者診斷失敗可能原因並提供改良建議。此一有限元素電腦輔助工程分析技術，可提供研究人員與橡膠發泡材製造者有效地評析橡膠發泡元件的機械特性，應用於橡膠發泡材性能的設計改善，具有相當學術研究及實務應用價值。

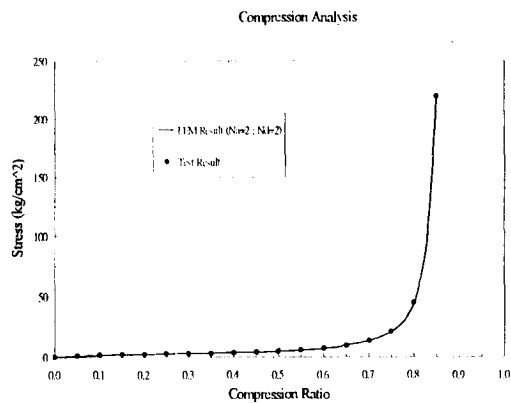
本計畫主要發現為對於承受小負載而產生高度變形狀態之 EVA 發泡材料的受力變形表現，使用非線性超彈性分析遠優於線彈性分析，線彈性分析僅適於小應變。將 EVA 發泡材視為二階 Rivlin 應變能函數之超彈性材料時，拉伸及壓縮試驗之超彈性有限元素分析顯示受力變形解析結果與實驗值完全吻合。再者，對 EVA 發泡材進行衝擊測試準靜態有限元素模擬分析，發現在承受同樣負載時，厚度越厚最大變形越大，其剛性越小。同時，由分析所得之不同厚度 EVA 之工程應變與測試所得之加速度峰值比較，兩者隨厚度之變化驅勢一致且呈非線性，結果顯示將分析所得之最大受力變形量除以發泡材原始厚度之工程應變值，可用以評析不同厚度 EVA 發泡材之衝擊緩衝吸震效能。咸信本計畫研究成果適合於學術期刊上發表。

五、參考文獻

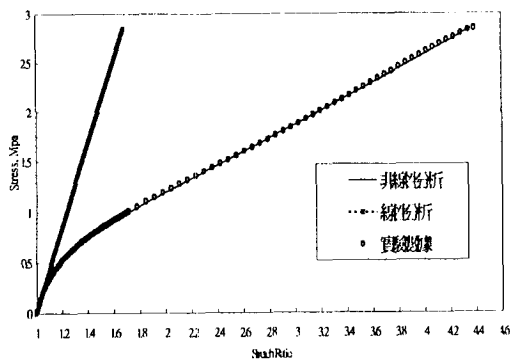
- Shorten, M. R., 1993, 'The Energetics of Running and Running Shoes,' *Journal of Biomechanics*, Vol. 26, Suppl. 1, pp. 41-51.
- Russell, R., 1991, 'Developing Sole Design Guidelines Using FEA,' *SATRA Bulletin*, pp. 208-209.
- D'Agati, M., and Ladin, Z., 1992, 'Finite Element Analysis of the Midsole of a Running Shoe,' In *Proc. 2nd North Amer. Cong. Biomechanics*, eds L. Dragan, R. Wells, and J. Bechtold, pp. 265-266, NACOB Organization Committee, Chicago.
- Shorten, M. R., 1993, 'Pressure Distribution beneath the Heel while Running in a Cushioned Shoe: A Sagittal Plane Finite Element Model,' In *International Society of Biomechanics XIVth Congress, Paris, Vol. II*, pp. 1248-1249.
- Lemmon, D., Shiang, T. Y., Hashmi, A., Ulbrecht, J. S., and Cavanaugh, P. R., 1997, 'The Effect of Insoles in Therapeutic Footwear: A Finite Element Approach,' *Journal of Biomechanics*, 30(6), pp. 615-620.
- Kato, H., and Tahara, H., 1978, 'Pre-Processor for Finite Element Analysis and its Application to Body Structure,' SAE Technical Paper 780363, pp. 1-12.
- Yoshimura, S., Asano, S., and Kouga, T., 1989, 'Practical Application of CAE to the Design of Motorcycles,' SAE Technical Paper 891774, pp. 207-215.
- Schweizerhof, K., Nilsson, L., and Hallquist, J. O., 1992, 'Crashworthiness Analysis in the Automotive Industry,' *International Journal of Computer Applications in Technology*, Special Issue on the Industry use of Finite Element Analysis, Vol. 5, Nos. 2/3/4, pp. 134-156.
- Riesner, M., and Devries, R. I., 1983, 'Finite Element Analysis and Structural Optimization of Vehicle Wheels,' SAE Technical Paper, pp. 1-18.
- Karandikar, H. M., and Fuchs, W., 1990, 'Fatigue Life Prediction for Wheels by Simulation of the Rotating Bending Test,' SAE Technical Paper 900147, pp. 1-11.
- 陳為仁，民國八十三年，'葉片彈簧之疲勞壽命分析。' 中華民國第三屆破壞科學研討會論文集，頁數 131-138。
- Chen, W.-R., Chen, F.-J., Chang, H., Chen, L.-C., and Shing, F.-Y., 1995, 'Structural Analysis and Design Sensitivity Analysis of Aluminum Wheels,' *Proceedings of HPC-ASIA' 95 (In CD-ROM Format)*.
- 陳為仁，民國八十六年，'鋁輪圈衝擊測試電腦輔助工程分析，' 華岡工程學報，第十期，頁數 163-184。
- Rivlin, R. S., and Saunders, D. W., 1951, 'Large Elastic Deformation of Isotropic Materials VII: Experiments the Deformation of Rubber,' *Phil. Trans. R. Soc., London*, A243, pp. 251-288.



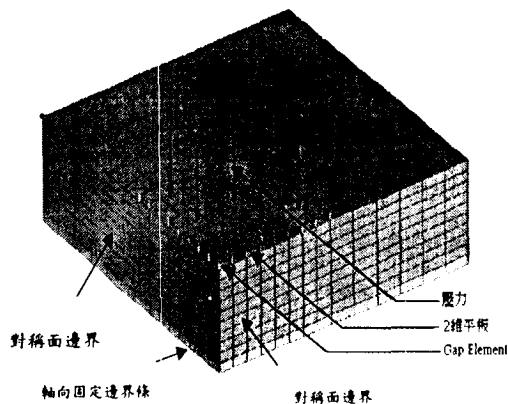
圖一、EVA 發泡拉伸試片有限元素分析模型



圖四、EVA 發泡材壓縮試驗非線性有限元素分析與實驗數據之結果比較圖

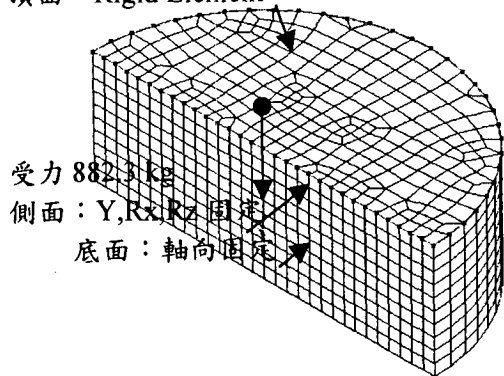


圖二、EVA 發泡材拉伸試驗非線性分析、線性分析與實驗數據之結果比較圖

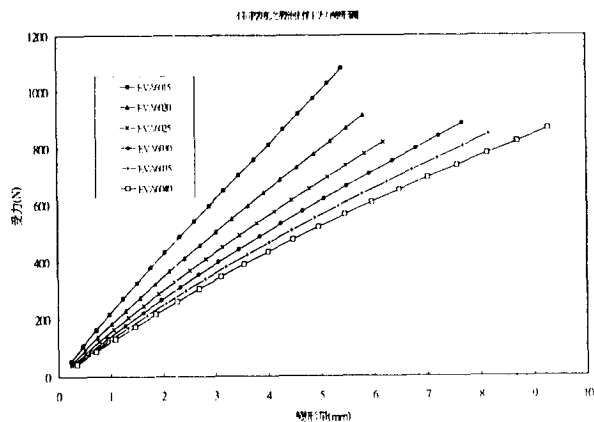


圖七、EVA 發泡衝擊試片之有限元素分析模型

頂面：Rigid Element



圖三、EVA 發泡壓縮試片之有限元素分析模型



圖八、不同厚度 EVA 發泡衝擊試片承受等效衝擊負荷下之負載/變形有限元素分析結果