

1 是非題(15%)

- (a) 單位矩陣的行列式值為 1.
- (b) 一個矩陣的零核空間(null space)至少含有零向量.
- (c) 一個可逆方陣的反矩陣為唯一.
- (d) 兩個對稱矩陣相乘仍為對稱矩陣.
- (e) 0 為單位矩陣的一個特徵值.

2  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ , 求  $A$  的 4 個子空間的一組基底. (20%)

3  $P_3$  為次數小於或等於 3 的多項式所形成的向量空間. 若

$$W_1 = \{f(x) \mid f(1) + f'(1) + f''(1) = 0, f(x) \in P_3\}, W_2 = \{f(x) \mid f'''(1) = 0, f(x) \in P_3\}.$$

求  $W_1 \cap W_2$  的一組基底. (15%)

4  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ , 求  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  在  $A$  的列空間的投影向量. (10%)

5  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ , 利用 Gram-Schmidt 正交化過程, 求  $A$  的行空間的一

組單範正交的基底(orthonormal basis). (10%)

6 求聯立方程組  $\begin{cases} 2x+3y-z=9 \\ 4x-y+z=1 \\ 6x+2y=10 \end{cases}$  的全解(complete solution) (15%)

7  $A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 3 & -4 & 0 \\ 3 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ , 求  $A$  的特徵值和特徵向量(15%)