

中國文化大學 103 學年度暑假轉學招生考試

系組：機械工程學系三年級

日期節次：7月31日第1節 09:00-10:20

科目：工程數學

- 請說明下列常微分方程式(ordinary differential equations)為幾階(order)及幾次(degree)，是線性(linear)或非線性(nonlinear)，齊性(homogeneous)或非齊性(nonhomogeneous)。其中 $y' = \frac{dy}{dx}$ ， $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$ 。(注意：不用求解)(16)
(1) $xy' + y = y^2$ (2) $xy' - 3y = 2x^3$ (3) $y'' + 6y' + 9y = x$ (4) $y'' + (y')^2 = 0$
- 求出一階微分方程式 $y' = 2x + 2$ 的通解。(12)
- 求出二階微分方程式 $y'' + 2y' - 3y = 0$ 的通解。(12)
- 請回答下列四個函數的拉普拉斯轉換(Laplace transform)：(1) $L[1]$ (2) $L[(\sin(2t))]$ (3) $L[e^{2t}]$ (4) $L[t^2]$ 。下列那一個為其正確的答案：(a) $\frac{1}{s}$ (b) $\frac{2}{s^3}$
(c) $\frac{2}{s^2 + 4}$ (d) $\frac{1}{s - 2}$ 。(12)
- 已知兩向量 $\vec{F} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ 及 $\vec{G} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ 。
 - 求 $\|\vec{F}\|$ 及 $\|\vec{G}\|$ 。(6)
 - 求內積 $\vec{F} \cdot \vec{G}$ 。(6)
 - 證明 \vec{F} 及 \vec{G} 是否為垂直，說明理由。(4)
 - 求由向量 \vec{F} 及 \vec{G} 形成之平行四邊形的面積。(6)
- 已知一矩陣 $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ 。
 - 計算 $\det(A)$ 。(5)
 - 證明矩陣 A 是否為對稱矩陣，說明理由。(4)
 - 求矩陣 A 的秩(rank)，即 $\text{rank}(A) = ?$ (5)
 - 求矩陣 A 的特徵值(eigenvalues)及特徵向量(eigenvectors)。(12)