

台指選擇權價格波動到期效應之探討

蔡依靜 中國文化大學

yiching_tsai@hotmail.com

摘要

金融交易的核心技術是對所交易的金融工具進行正確的估值和定價。在各種不同類型的衍生性工具中，期貨與選擇權具有非常特殊的特性；它可以保護期權的購買者在價格向不利方向變動時免于遭受損失，又可為購買者保留價格向有利方向變動時可以獲得的好處。本研究擬將台指選擇權的波動率透過模型分析探討在到期日前的效應變化有否不同的情況。同時亦以比對到期日前一週與到期日當週是在最有可能在哪一天出現反轉的異常變化。

關鍵字：選擇權、到期日、價格波動

1. 緒論

1.1 研究背景

近十年來，臺灣的金融市場隨著與國際情勢的變遷，同時兼顧金融業者與國際市場的接軌運作及發展所需。在 1991 年開放遠期外匯契約市場，在 1993 年實施了「國外期貨交易」。使得期貨與選擇權有正式的法源依據。而在 1997 年公佈「國內期貨交易法」，並於隔年設立國內的第一家期貨交易所。1998 年 7 月發行第一檔「台灣加權股價指數期貨」，在後續的發行金融類、電子類股價指數期貨。2001 年 12 月 24 我國的第一個選擇權契約—「台股股價指數選擇權」上市買賣。觀察國內近十年衍生性金融商品從初期發行的 3 種契約商品至現在高達 21 種契約商品，在成交量(口數)都逐年成長。表[1.1]取自台灣期貨交易所近 10 年來國內期貨、選擇權成交口數與成長率數據。由圖表數字顯示，衍生性商品的已在國內的金融交易的發展漸趨完整成熟。

表 1.1 國內期貨、選擇權成交概況表

年度	期貨成交口數	成長率%	選擇權成交量	成長率%
87	277,908	0.00%	-	0.00%
88	1,077,672	287.78%	-	0.00%
89	1,926,788	78.79%	-	0.00%
90	4,346,253	125.57%	5,137	0.00%
91	6,377,808	46.74%	1,566,446	30393.40%
92	9,953,118	56.06%	21,921,816	1299.46%
93	14,634,573	47.04%	44,234,537	101.78%
94	10,104,645	-30.95%	82,552,019	86.62%
95	13,965,572	38.21%	100,597,092	21.86%
96	16,730,013	19.79%	97,788,837	-2.79%
97	36,875,845	120.42%	97,267,721	-0.53%
98	44,769,472	21.41%	90,239,125	-7.23%
99	42,529,021	-5.00%	97,263,828	7.78%
100	56,372,458	32.55%	126,622,686	30.18%

本研究整理

1.2 研究動機與目的

所謂「衍生性金融商品」是指依附於其他資產標的物上的金融商品，其價值高低取決於其依附的資產標的物。係由傳統或基礎金融市場的商品所衍生出來的金融商品。在金融交易的核心技術是對所交易的金融工具進行正確的估值和定價。在各種不同類型的金融工具中，期貨與選擇權具有非常特殊的特性；它可以保護期權的購買者在價格向不利方向變動時免於遭受損失，又可為購買者保留價格向有利方向變動時可以獲得的好處。因此，本研究擬將台指選擇權的波動率加入探討在到期日前的效應變化有否不同的情況。希望得到當選擇權到期日時是否出現異常的波動、與量的變化。同時亦以比對到期日前一週與到期日當週是在哪一天出現反轉的異常變化。

2. 文獻回顧

2.1 選擇權定義與評價模型

(一)、選擇權定義

選擇權是衍生性金融商品的一種。買方支付權利金後，便有權利在未來約定的某特定日期（到期日），依約定之履約價格（Strike Price），買入或賣出一定數量的約定標的物。在影響選擇權的定價因素有標的物的價格、履約價格、到期期間長短、標的物現貨價格波動率以及無風險利率等五項。上述因素所影響的方向性，可從數學進行偏微分便能得知。從模型得知，在選擇權契約期間之內愈有機會去得買進或賣出的權利，距離到期日的時間愈長相對權利金會愈高，反之則權利金會愈低，也進一步表示出選擇權時間價值的重要性。

（董夢雲 2005）[1]由於選擇權的價格與標的物的現貨價格有直接的關連。因此，在進行探討選擇權的訂價模型，首先必需先對股票價格與未來變化的趨勢做出一個適當的假設。

本研究所探討的台指選擇權在履約的型態即為歐式選擇權。只能在到期日行使權利。假設標的物之價格波動符合幾何布朗寧運動(Geometric Brownian Motion, GBM)下(Black and Scholes 1973)[2]推導出Black-Scholes 選擇權評價模型。對現貨價格的假設為遵行著所謂擴散程序(Diffusion Process)。以(2.1.1)公式表示：

$$\frac{dS}{S} = \mu * dt + \sigma * dZ \quad (2.1.1)$$

其中

$$\frac{dS}{S} = \frac{S_{t+1} - S_t}{S_t} \quad \text{為股票的報酬率。}$$

μ =單位時間預期的股價報酬率，為一常數。

σ =單位時間內預期的股價波動性，為一常數。

dt =單位時間

Z 為一隨機變數，平均數為零。變異數為 t 的常態分配， $Z \sim N(0, t)$ 。 Z 稱之 Wiener proces。

dZ =單位時間內， Z 的變動量，為一期望值為零。變異數為 dt 之常態分配，

$dZ \sim N(0, dt)$ 。

在(4.1.1)式的擴散程序即是幾何布朗運動(GBM)。

藉由(2.1.1)買權價值在到期時為 $S-K$ 與 0 兩者間較大者之特性，及利用物理學之熱傳導方程(Heat transfer equation)導出(2.1.2)的買權評價公式：

$$BS(S, K, \sigma, r, T, \text{Call}) = SN(d_1) - Ke^{-rt}N(d_2) \quad (2.1.2)$$

其中，

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r + 0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (2.1.3)$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/K) + (r - 0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (2.1.4)$$

(2.1.2)公式的買權權利金即為(S 標的物價格-K 的

履約價)，也就是所謂買權的內涵價值；在(2.1.3)的權利金則是用 (K 的履約價-S 的標的物價格)產生賣權的內涵價值。而其他的相關符號部分， r 在到期日的利率變化， T 為到期日(又稱屆期餘日)， σ 為到期日的波動率變化。 $N(x)$ 為累積常態機率分配函數。

值得注意的是，雖然 B-S 模型係時間連續模型，它所假設的標的物價格波動維持不變。但實際上選擇權的價格是會受到價格波動的因素影響，而呈現連續性複利的變動。並且 r 利率的變化是設定在 T 到期日內。

(二)、影響選擇權因素：

影響選擇權價格的因素可分直接因素與間接因素。標的物價格、履約價、到期日的長短、標的物價格的波動率、無風險利率、股利是直接影響選擇權價格。而投資者的預期心理因素，對該風險偏好程度、交易制度的改變(如稅率、手續費…)是可能影響到標的物價格或波動性，進而影響了選擇權的價格。(黃昱程 2005)[3]在探討任何一個影響選擇權之因素對選擇權價格的影響時，前提皆假設五項因不變，所得到的結果。並針對選擇權的價格的變動以表 2-1 說明。

表 2-1 直接影響選擇權價格之因素及影響方向

因素 選擇權	標的物S	履約價K	波動率σ	到期日T	利率r	股利D
買權call	↑	↓	↑	↑	↑	↓
賣權put	↓	↑	↑	↑	↓	↓

2.2 選擇權與波動率關係

何謂波動？簡單而言，即是標的物價格波動變化的程度。從 B/S 評價模型中，若可以得知標物價格(S)、履約價(K)，到期日(T)，波動率(σ)，利率(r)這五個參數，便可以算出選擇權的價格。其中，K, T 二項變數在交易契約所載明不會變動，而 S, r 二項變數可從市場取得該資訊。唯獨 σ 是無法得知。

對波動率相關的研究最早是由國外學者(Harvey and Whaley 1991)[4]所提出，主要是以 S&P100 指數選擇權來說明波動率指標的建構方法與避險應用。

波動率的估算方面可分成歷史波動率與隱含波動率。計算歷史波動率的部分可藉由標的物價格變動的記錄來計算。而隱含波動率則是將選擇權價格帶入 B/S 評價模型公式，以反推求出市價中隱含波動率。但因不少研究指出，在不同的履約價格序列上面，會出現不同的隱含波動率。(李榮祥 2005)[5]認為市場的波動率具有「回歸平均值」(mean reversal)的現象。計算歷史波動就需要了解波動率平面(Volatility)。簡單而言，天數愈長的波動率就愈接近市場的平衡值，天數越波動率就愈具有臨場的真實感。

(顏惠臻 2010)[6]以台指選擇權與台指期貨資料，計算出台指選擇權的隱含波動率，研究結果發現：1. 台指選擇權確實存在微笑波動現象。2. 價性指標以取自然對數的模式較佳，對隱含波動率的解釋能力較高。3. 距到期期間與隱含波動率大致呈現線性關係。4. 價內與價外的隱含波動現象並不對稱。無論買權或賣權，價內選擇權隱含波動率對價性指標較為敏感，也就是斜率較陡。

(Ben-Ameur, Breton et al 2007). [7]利用動態規劃的方式進行簡單線性插補之近似程序，其結果相較於以數值分析進行之訂價結果，誤差僅逾千分之三，並能廣泛應用於一般利率期限結構的模型中。該研究利用 HMLP 模型，改善簡單線性插補法近似隱含期權價格，以立方曲線插補法近似，比較何者更為精確。其結果相較於以數值分析進行之訂價結果，誤差僅逾千分之三，並能廣泛應用於一般利率期限結構的模型中。

(Ben-Ameur, Breton et al 2006) [8]研究建構一個決策系統的選股模型。決策在股票買賣的合適時間點，運用技術分析的指標，如移動平均收斂發散、相對相弱指數，尋找績優股的投資標的。

(Infanger 2008) [9]提出了一種新方法代表透過直接建立模型函數式工具來規避風險。以一個總體框架為代表的投資者的偏愛。該研究顯示了優化資產配置取決於投資期限，財富和投資者的風險偏好。結果顯示採用隨機動態規劃方法，資產分配問題與許多資產類別，很多時間段是可以解決的高效，準確，允許詳細的討論所產生的投資戰略。

(Canina and Figlewski 1993)[10] 以 S&P100 指數選擇權為研究標的 將樣本依到期日遠期與內含價值大小分為 32 組。探討隱含波動率與歷史波動率還有真實波動率之關係。發現隱含波動率與真實波動率沒任何顯示關係。

3 研究方法

金融商品在到期日前，欲在交易市場進行套利投機者會嘗試利用各種方法來影響金融商品的價格以提高報酬。所以可能會造成商品在市場上有短暫性的變化。研究中所使用的樣本資料為台灣期貨交易所台指選擇權(TX0)成交日資料與加權指數(TSE)資料。大盤加權指數取樣期間為2007年1月至2011年9月，總筆數為179945筆日交易明細。樣本資訊包含交易日、開盤價、收盤價、成交量、未平倉量、履約價、最高價、最低價等相關變數。在樣本資料處理過程，選擇權交易活絡性都是在近月的契約中。因此，在資料的過濾上排除了交易量為零(距離到期日越遠)的狀況。

3.1 研究方法

本研究主要是檢驗到期日報酬波動是否比非到期日的波動來的高。在樣本資料上本研究區分實驗組與對照組二個分類。實驗組部分：以挑選樣本資料的前一日(W2)、到期日當日(W3)與到期日隔日(W4)的波動檢定。對照組部分：以挑選前一週相同的時間點進行對照組檢驗。本研究假設樣本資料的到期日波動若非遇上特殊性的事件的特殊因素(如：天災、人禍……)並不會比非到期日波動來的高，並以統計方法假設檢定加以檢驗。本研究處理樣本資料如下：將變數之資料加以轉換，係將日資料之前後期價格取對數差分(log)即得到對數變數的報酬(又稱幾何報酬率)。報酬率公式如下：

$$r_t = \ln \frac{S_t}{S_{t-1}} = \ln(1 + R_t) \quad (3.1.1)$$

S_t 為標的物第 t 日的收盤價。 S_{t-1} 為 $t-1$ 日的收盤價。

R_t 為第 t 日的報酬率。

在報酬波動的模型部分以日資料用以計算歷史波動率。因為在極短期內買賣的價差與短期的價格影響之下，若用較高頻率的日資料會發生波動率過高的現象。同時，樣本的取樣天數長短亦也影響評價的準確。天數太短發生震盪的機率高，天數太長，波動率的幅度將造成平緩。通常選擇權最後一個交易日為第三週的星期三。平均一個交易週期日約為20~23天左右不等。本研究取其平均值為250天做為探討收盤價做歷史波動率的期數。歷史波動率公式如下：

$$\sigma_t = \sqrt{\sum_{i=1}^n (r_i - R)^2 * 365} \quad (3.1.2)$$

σ_t 為歷史波動率。 n 為取樣的天數。 r 表示 n 天內的每日報酬率。 R 表示在 n 天內報酬率的平均數。 $\sqrt{365}$ 則表示年化標準差。本研究取250天。

同時，為檢驗樣本資料的到期日時的市場氣氛。挑選未平倉量(OI)的部分的部位以對數取到期前最高、最低價計算。

其公式如下：

$$UTXO = (\ln TXO_t^{high} - \ln TXO_t^{open})100 \quad (3.1.3)$$

$$DTXO = (\ln TXO_t^{open} - \ln TXO_t^{low})100 \quad (3.1.4)$$

其中， TXO_t^{high} 、 TXO_t^{open} 、 TXO_t^{low} 分別表示樣本資料在第 t 日內的最高價、開盤價、收盤價。並且以迴歸分析(Regression Analysis) 檢驗到期日前相關變數的影響顯著概況與影響。其公式如下：

$$\alpha_{rt} = \alpha + \beta_1 \sigma_{wt} + \varepsilon_t \quad (\text{報酬波動}) \quad (3.1.5)$$

$$\alpha_{rt} = \alpha + \beta_1 W_t + \beta_1 OI_{w2} + \varepsilon_t \quad (\text{量的變化}) \quad (3.1.6)$$

其中， β_1 、 σ_{wt} 、 OI_{w2} 及 α 值從樣本資料估計而得。亦可稱之自變數。本研究定義為到期日前未平倉量。 α_{rt} 值則為是預測數。本研究定義為歷史波動率。 ε 則為誤差項。

4. 實證結果

一般而言，在選擇權到期日愈接近時，尚持有部位的投資者並不會持有至結算日。有些可能會在到期日之前就開始進行部位的調整。例如：平倉或轉倉的動作。所以，通常在到期日之前市場上會有出現不尋常的波動率之變化。本研究所檢定波動率共有二種。一個為依據年化 250 日計算的歷史波動率。另一個則為交易週期天數約為 20 日波動率。兩者的差異在於計算加權股價指數的區間定義不同。真實波動率為當日加權股價指數至選擇權到期日為止的期間計算標準差。歷史波動率則為取一段時間的股價指數資料再計算報酬率標準差。首先將樣本資本資料區分取自前七個交易日。進而區分為實驗組與對照組。實驗組為第二週的(週 5)至第三週的(週 2)。對照組則為第二週(週 2)至第二週(週 4)。

表 4.1. 20 日與 250 日波動率敘述統計

組別	檢驗週期	檢定項目	20 日	250 日
對照組	第二週(週 2) W22	平均數	4.57333	17.70167
		標準差	2.26300	9.99925
		峰度	*-0.20931	*-0.31161
		偏態	1.22774	0.64732
		變異數	5.12119	99.98500
	第二週(週 3) W23	平均數	5.34083	15.43583
		標準差	2.83395	12.10760
		峰度	*-1.76873	*-1.14387
		偏態	0.44908	0.46268
		變異數	8.03128	146.59395
	第二週(週 4) W24	平均數	5.24000	19.57750
		標準差	2.69041	11.11262

		峰度	*-1.74463	*-0.59986
		偏態	0.48783	0.77245
		變異數	7.23833	123.49031
實驗組	第二週(週 5) W25	平均數	5.49000	16.94167
		標準差	2.66741	11.39275
		峰度	-1.87522	-0.96730
		偏態	0.22192	0.32437
		變異數	7.11509	129.79469
	第二週(週 1) W31	平均數	5.30333	11.91167
		標準差	2.62224	10.30614
		峰度	*-1.88538	0.27278
		偏態	0.35463	1.10359
		變異數	6.87615	106.21645
	第三週(週 2) W32	平均數	5.43000	17.10750
		標準差	2.49596	14.78040
		峰度	-1.81658	1.47448
		偏態	0.34612	1.34390
		變異數	6.22984	218.46022
到期日	第三週(週 3) W33	平均數	5.37917	12.60500
		標準差	2.40937	10.35755
		峰度	-1.83209	0.19706
		偏態	0.36634	1.03161
		變異數	5.80504	107.27894

從表 4.1 的基本統計量表來看偏態係數為負向屬於左偏型態 (leftskewed)，表示產生負向波動程度是比正向波動程度來的較大的可能。(無論是 250 日年化標準差或者取交易週期 20 日區間來看)。在接近而到期日的前四天(亦為第二週(週 1))250 日的偏峰轉為右偏分佈(偏態係數為正)。顯示若以 250 日的角度來檢驗波動率是有正向的報酬現象發生。藉由基本統計量表中發現在由負報酬率呈現正報酬率發生於 250 日的歷史波動率的第三週(週 2)。而進一步以 T 檢定分析其異常原因。例如欲分析樣本資料的到期日前一週與到期日當週波動有無差異？因此，本研究的虛無假設 (H_0) 與對立假設 (H_1) 如下：

$$H_0: \mu_1 \leq \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

其假設為到期日的波動度不會比非到期日前波動來的高。本研究以檢驗結果如下：

表 4-2 異常波動 T 檢定

區間	變異數 分析	成對變數差異				t	
		平均數	標準差	平均數 的標準誤	差異的 95% 信賴區間		
					下界		上界
成對 1	W22~W23	-.21325	1.42880	.41246	-1.12107	.69457	*-.517
成對 2	W23~W24	.19467	1.57130	.45359	-.80369	1.19302	*.429
成對 3	W24~W25	-.04408	1.23880	.35761	-.83118	.74302	-.123
成對 4	W25~W31	-.50300	1.17752	.33992	-1.25116	.24516	** -1.480
成對 5	W31~W32	.51958	1.25342	.36183	-.27680	1.31597	**1.436
成對 6	W32~W33	-.45025	1.08663	.31368	-1.14066	.24016	** -1.435

註：*代表顯示水準<5%，**代表顯示水準之下<10%

結果研究所顯示樣本統計量表中可以分成二項來解釋說明：不考慮顯著水準與否：樣本資料於到期日前之前除了成對樣本 2 較成對樣本 6 平均波動來的大。其餘的皆小於成對樣 2。顯著水準分佈：樣本資料的顯著性分佈情況在成對樣本 1、2、4、5、6 的波動較成對樣本 3 的波動來的小。由此研究顯示到期日前的觀望氣氛可能發生在倒數第四個交易日(W24~W25)。而在迴歸分析方面以未平倉倉的部分來探討未平倉量是否具影響到期波動率的。如表 4-3 到期前七日迴歸係數表。

表 4-3 到期前七日迴歸係數表

變數	期間	w33	W32	w31	w25	w24	w23	w22
截距		0.03	0.03	0.18	0.22	0.12	0.01	0.02
		(0.32)	(0.02)	0.24	0.25	*0.31	0.52	0.38
RP(t)(報酬)		7.59	(8.37)	(1.36)	2.07	12.09	(21.87)	(17.56)
		*-5.24	4.96	2.07	(1.99)	**0.81	(2.19)	(1.99)
offse_qty (未平倉量)		8.14	12.53	3.58	(3.65)	(7.82)	2.98	(10.32)
		(0.84)	(1.40)	(1.98)	**0.91	(0.87)	(0.28)	(0.38)
hs_v (波動)		2.38	1.09	(4.44)	0.10	3.22	0.94	(1.99)
		2.99	(1.99)	*-0.96	1.37	(0.24)	(2.98)	0.40
F值		**3.27	**1.38	2.40	4.24	**1.079	2.85	**4.93
R2		0.44	0.06	0.37	0.77	0.13	0.07	0.98

註1：()表示為t值。

註 2：*表示在 10%顯著水準下顯著 ** 為 5%顯著水準下顯著。

由表 4-3 迴歸分析量析顯示報酬的顯著性變化由 5% 變為 10% 的發生週期於到期日前第二週週四(w24)開始。未平量倉維持於到第二週的週五(w25)。意謂著市場上有著觀望的態度。而在波動變化部分較明顯的出現變化在第三週的週一(w31)。

5. 研究結論

本研究主要為探討到期日前台指選擇權的前七個交易日最有可能發生的異常現象最可能出現在哪一天。本研究發現到期日前七個交易日中以第二週的週五(w25)和第三週的週一(W31)為最有可能發生異常的現象。尤其在第二週的週五(w25)。本研究認為，在商品到期日前的波動變化的觀察重點可以將 w25(倒期第四交易日)列為參考方向。無論是進行商品部位的平倉或者轉倉動作較為安全。不容易被市場上過多雜訊所誤導。

參考文獻

- [1] 董夢雲 (2005). 財務工程與 Excel VBA 的應用－選擇權評價理論之實作
- [2] Black, F. and M. Scholes (1973). "The pricing of options and corporate liabilities." *The journal of political economy*: 637-654
- [3] 黃昱程 (2005). 期貨與選擇權 衍生性金融商品入門精典
- [4] Harvey, C. R. and R. E. Whaley (1991). "S&P 100 index option volatility." *Journal of Finance*: 1551-1561
- [5] 李榮祥 (2005). 選擇權玩家升級版
- [6] 顏惠臻 (2010). 台指選擇權隱含波動率函數之研究. 金融所. 高雄市, 國立高雄第一科技大學. 碩士: 79
- [7] Ben-Ameur, H., M. Breton, et al. (2006). "A dynamic programming approach to price installment options." *European Journal of Operational Research* 169(2): 667-676.
- [8] Ben-Ameur, H., M. Breton, et al. (2007). "A dynamic programming approach for pricing options embedded in bonds." *Journal of Economic Dynamics and Control* 31(7): 2212-2233.
- [9] Infanger, G. (2008). Chapter 5 - Dynamic asset allocation strategies using a stochastic dynamic programming approach. *Handbook of Asset and Liability Management*. S. A. Zenios and W. T. Ziemba. San Diego, North-Holland: 199-251.
- [10] Canina, L. and S. Figlewski (1993), "The Informational Content of Implied Volatility,"

Review of Financial Studies, Vol 6,659-681