

系組：大氣科學系三年級 日期節次：7 月 28 日第 3 節 13:30-14:50

科目：應用數學 (146-30)

1.(10%)一階常微分方程式求解過程中常會用到積分因子(integrating factor)，請問積分因子之功用為何？

2.(10%)二次常微分方程式： $y'' + y = 0$ ，若  $y_1 = \sin(x)$ ， $y_2 = e^{ix}$ ， $c_1$  及  $c_2$  為任意常數，請問  $y = c_1 y_1 + c_2 y_2$  是否可以當做此微分方程式之通解？(必須說明理由)

3.(10%)二次常微分方程式： $y'' + ay = 0$ ，當  $a > 0$  及  $a < 0$  時可以得到兩組不同的通解，請問這兩組解的特性有何不同？

4.(10%)Laplace transform method 主要的用途為何？

5.(10%)何謂函數內積(inner product)？何謂函數正交(orthogonality)？

6.(10%)何謂正交函數展開(Orthogonal eigenfunction expansion)?舉例說明之。

7.(10%)何謂函數之方向導數(directional derivative)？此方向導數與函數在該點的梯度(gradient)有何關係？

8.(10%)對稱矩陣、反對稱矩陣、及正交矩陣等三種矩陣之特徵值(eigenvalues)各有何特性？

9.(10%)(a)若  $f(x)$  之 Fourier series 存在，則  $f(x)$  必須滿足哪些條件？(b)若  $f(x)$  之 Fourier transform 存在，則  $f(x)$  必須滿足哪些條件？

10.(10%)(a)偏微分方程式必須滿足何條件才能用分離變數法(separating variables)求解？(b)簡述利用分離變數法求解的步驟。