

1. (a) 何謂準地轉近似 (quasi-geostrophic Approximation) 及  $\beta$ -平面近似 ( $\beta$ -plane Approximation) (6%)

- (b) 試求準地轉溫度趨勢方程式如下式:

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = \underbrace{-\bar{v}_g \cdot \nabla (\bar{\theta}_g + f)}_{(B)} + \underbrace{f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p}}_{(C)} \quad (7\%)$$

(A)

- (c) 試利用上式之(B)項解釋為何短波東移, 長波西移或/帶面 (7%)

2. (a) 試說明何謂斜壓不穩定 (5%)

- (b) 試證明倘若基本流處於斜壓不穩定之狀態下, 斜擾動波之振幅將作指數放大 (5%)

- (c) 試證明若欲擾動波之振幅放大, 其放大率,  $\alpha$  為
- $$\alpha = U_T k \left( \frac{2k^2 - k_0^2}{2k^2 + k_0^2} \right)^{1/2} \quad (5\%)$$

- (d) 若欲擾動波斜擾放大其振幅, 則基本流之垂直速度  $(U_T)$  之最大值應有何種波型形式? (5%)

3. (a) 試寫出可用位能 (A.P.E.) 之定義 (5%)

- (b) 試證明全位能 (T.P.E.) 可用下式表之:

$$T.P.E. = \frac{c_p}{(k+1)g p_0^k} \int p^{k+1} d\theta$$

式中  $k = \frac{R}{c_p}$ ;  $\theta$  為位溫 (5%)

- (c) 試求證面積平均之可用位能可用下式表之:

$$A.P.E. = \frac{c_p k}{2g p_0^k} \int \bar{p}^{k+1} \left( -\frac{p'}{\bar{p}} \right)^2 d\theta \quad (4\%)$$

式中  $p_0$  為地表之氣壓值;  $p = \bar{p} + p'$ ;  $k = \frac{R}{c_p}$   $\theta$  為位溫  
本試題採雙面印刷 (共二頁第一頁)

- (d) 設有一大氣, 其溫度遞減率為  $\gamma_0$  (即絕熱遞減率).  
 " 該大氣在地表處之氣壓值及溫度值分別為  $1000 \text{ mb}$   
 及  $300 \text{ K}$ . 試計算該大氣單位截面積之氣柱之全  
 位能的若干? (6%)

4. (a) 星球邊界層之動量方程式可用下列式表之

$$f_0(\bar{v} - \bar{v}_g) - \frac{\partial(\bar{u}'w')}{\partial z} = 0$$

$$-f_0(\bar{u} - \bar{u}_g) - \frac{\partial(\bar{v}'w')}{\partial z} = 0$$

式內令  $(\bar{u}'w') = -C_d |\bar{U}| \bar{u}$  及  $(\bar{v}'w') = -C_d |\bar{U}| \bar{v}$  及

$\bar{v}_g = 0$  及  $\bar{u}_g = \bar{u}_g(y)$  及  $\bar{u}_g = \bar{u}_g(x)$  及  $\bar{u}(0) = 0$  (13%)

試求導出在星球邊界層之垂直速度  $(\bar{w})$  之表示式為何?

- (b) 設 Ekman layer 之通解為下式

$$u + iv = A \exp(\gamma z) + B \exp(-\gamma z) + u_g \quad (7\%)$$

試求導出  $\gamma z = \frac{\pi}{2}$  時,  $\frac{u}{u_g} = ?$  式內  $A, B$  為待定常數

5. 吾人均知大氣之熱量循環與水之對流有緊密之關係,  
 而水之對流又與雲層之生成有重要之關係.

- (a) 試簡述雲層生成之 2 个階段及多 P 階段之生成原理 (5%)

- (b) 何謂雨滴效率及冷雲效率 (5%)

- (c) 試求證擴散方程式:  $\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n$  之解為:

$$n(R) = n_0 - \frac{1}{R} (n_0 - n_r) \quad \text{式內 } Dn = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 \frac{\partial n}{\partial R}) \quad (5\%)$$

- (d) 試求導雲層之 Terminal Velocity 之表示式為何 (5%)

本試題採雙面印刷(共=頁第=頁)

中國文化大學八十六學年度研究所碩士班入學考試

所(組)別： 地 學 研 究 所  
大 氣 科 學 組

考試科目： 應 用 數 學

第一大類：基礎題（每子題五分共二十分）

子題一：當  $x \rightarrow 0$ ，求函數  $f(x) = \frac{x^2}{\sin x}$  之值。

子題二：若  $f(x) = \ln \sin x \cos x$ ，試求  $f'(x)$  之值。

子題三：用泰勒(Taylor)級數展開  $f(x) = \sin 2x$ （取前四項即可）。

子題四：已知複數  $z = \frac{1}{1+i}$ ，試在平面極座標上標出  $z$  之位置並求  $|z|$  之值。

第二大類：向量分析（每子題十分共二十分）

子題一：證明  $\nabla \times (\phi \vec{A}) = (\nabla \phi) \times \vec{A} + \phi \nabla \times \vec{A}$ 。

子題二：寫出史托克定律 (Stokes' Theorem) 及輻散定律 (Divergence Theorem)。

第三大類：矩陣行列式（每子題十分共二十分）

子題一：求矩陣  $A = \begin{bmatrix} a & 0 & -b \\ 0 & 1 & 0 \\ b & c & a \end{bmatrix}$  之反矩陣 (inverse matrix)  $A^{-1}$ 。

子題二：矩陣  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ ； $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 7 & -4 \end{pmatrix}$ ，求  $AB$  之值。

第四大類：微分方程（每子題十分共二十分）

子題一：求  $y'' + 4y' + 4y = 3te^{-2t}$  之通解，其中  $y = y(x)$ 。

子題二：求  $y^2 + (1+xy)y' = 0$  之通解，其中  $y = y(x)$ 。

第五大類：傅利葉分析（每子題十分共十分）

子題一：畫出函數  $f(x) = \frac{x^2}{4}$ ， $-\pi < x < \pi$ ； $f(x+2\pi) = f(x)$  之圖，並求其傅利葉 (Fourier) 級數展開式。

第六大類：應用題（每子題十分共十分）

子題一：已知某一粒子之三度空間流速分別為  $u = ay$ ， $v = -a(x - bt)$ ， $w = 0$ ，若初始條件為  $t = 0, x = x_0, y = y_0, z = z_0$ ，試解此粒子之三度空間軌跡線函數（即解  $f(x), f(y), f(z)$  之分佈）。