

中國文化大學 九十二學年度碩士班入學考試

所(組)別：地學研究所大氣科學組 考試科目：大氣動力學
碩士班

第一題：名詞解釋（每小題五分，共三十分）

- (1) 視似力 (Apparent forces)。
- (2) 可預報度 (Predictability)。
- (3) 慣性不穩定 (Inertial instability)。
- (4) 雷諾平均 (Reynolds averaging)。
- (5) 熱力風 (Thermal wind)。
- (6) 正壓不穩定 (Barotropic instability)。

第二題：試討論下列準地轉 Omega 方程中每一項之物理意義（二十分）

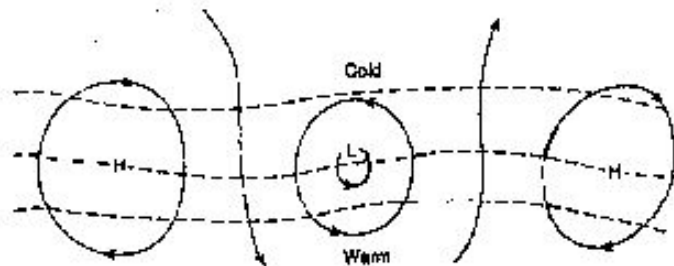
$$[\nabla^2 + \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2}] \omega = \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} [\bar{v}_g \cdot \nabla (\frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f)] + \frac{1}{\sigma} \nabla^2 [\bar{v}_g \cdot \nabla (-\frac{\partial \Phi}{\partial p})]$$

第三題：利用雷諾平均 (Reynolds averaging) 證明（十分）

- (a) $\overline{w\theta} = \bar{w}\bar{\theta} + \overline{w'\theta'}$
- (b) 若 w' 和 θ' 有 90° 相位差，則 $\overline{w'\theta'} = 0$

第四題：利用正壓渦度方程推導 Rossby wave 頻散關係式並討論 Rossby wave 的相速 (phase speed) 和群速 (group velocity) 傳播特徵。（二十分）

第五題：繪出下圖中 Q-vectors 方向，並決定上升與下沉運動區之位置，圖中實線為等壓線，虛線為等溫線。（十分）



第六題：試利用準地轉理論闡述斜壓不穩定產生之機制。（十分）

1. 請寫出以風場表示的相對渦度 ζ 、輻散 D 、變形 F 與 r 。(18%)
圖示並說明 $|D/\zeta| \leq 0.1$ ，而 ζ 、 F 與 r 之量級約相同。

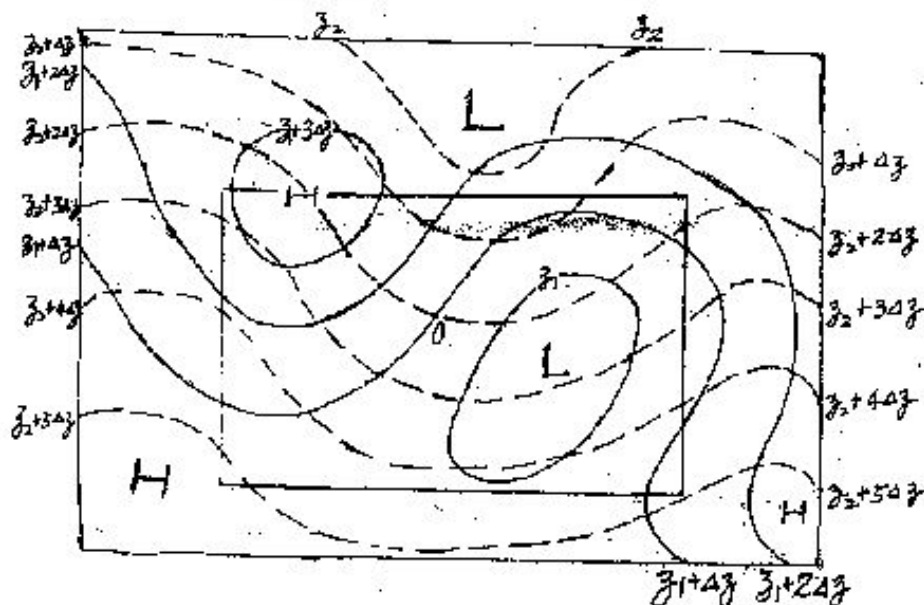
2. Ageostrophic wind can be separated into five parts: (24%)

- antitripic wind;
 - isobaric wind;
 - advective ageostrophic wind;
 - convective ageostrophic wind;
 - ageostrophic wind related to ageostrophic acceleration.
- 請將英文翻成中文並繪圖說明 δ 。

3. The thermal wind vector for a given pressure layer is related to the thickness pattern exactly as geostrophic wind is related to pressure pattern. If, in the chart below, are the height fields of p_1 and p_2 ($p_2 < p_1$), please plot

(20%)

- the thickness lines (within the rectangular);
- \bar{U}_g and \bar{U}_g (at 0);
- the thermal wind vector (at 0).



4. 請利用以下方程式說明氣壓系統之移動與隨高度傾斜狀況。(20%)

$$\vec{C} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) / \left(\frac{\partial p}{\partial x^2} \right) \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) / \left(\bar{T}^{-1} \frac{\partial \bar{T}}{\partial s} \right) \quad \text{--- (2)}$$

5. 已知 $\frac{\partial \beta}{\partial t} = -V(K_t - K_s)$ (18%)

- 上式為什麼方程式?
- 式中的 β 、 V 、 K_t 、 K_s ，以及 $K_t = K_s = K_i$ 代表什麼?
- 在何狀況下 $K_t = K_s$ ， $K_s = K_i$ ， $K_t = K_s = K_i$ (三者請分別說明)

20% 1. solve differential equations

a. $\sin y \, dx + \cos y \, dy = 0$

b. $y \, dx + [y + \tan(x+y)] \, dy = 0$

20% 2. Reduce to Bessel's equation and find a general solution in terms of J_ν and $J_{-\nu}$

a. $xy'' + 5y' + xy = 0$

b. $4x^2y'' + 4xy' + (x - \frac{1}{36})y = 0$

20% 3. Laplace transform

a. Dirac delta function

$$\delta(t-a) = \begin{cases} \infty & \text{if } t=a \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{and} \quad \int_0^{\infty} \delta(t-a) \, dt = 1$$

find Laplace transform of $\delta(t-a)$

b. unit step function

$$u(t-a) = \begin{cases} 0 & \text{if } t < a \\ 1 & \text{if } t > a \end{cases} \quad a \geq 0$$

find Laplace transform of $u(t-a)$

20% 4. a. Hermitian matrix if $\bar{A}^T = A$

prove the eigenvalues of a Hermitian matrix are real

b. $A = \begin{bmatrix} 17 & -15 \\ -15 & 17 \end{bmatrix}$, find ⁽ⁱ⁾ eigenvalues and eigenvectors

⁽ⁱⁱ⁾ find the inverse matrix

20% 5. evaluate the integral

a. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^y \frac{\sin y}{y} \, dx \, dy$

b. $\int_0^2 \int_0^y \sinh(x+y) \, dx \, dy$

第一題 試解釋下列名詞：〔註：每小題五分，共十五分〕

- (1) 渦度 (vorticity)
- (2) 散度 (divergence)
- (3) 非旋轉流 (Irrotational Flow)

第二題 請解釋下列名詞及回答問題：

- (a) 流線 (stream line)
- (b) 軌跡線 (trajectory)
- (c) 煙線 (streak line)
- (d) 於何種情況下，這兩條線會重合？

〔註：每子題五分，本題共二十分〕

第三題 (a) 假設流體是穩定(steady)、不可壓縮(incompressible)且其密度為常數，寫出此流體的 Bernoulli's equation。
(b) 說明上式 Bernoulli 方程式中各項的物理意義。
(c) 根據 Bernoulli 方程式，說明棒球投手如何投出下墜球？
(d) 根據 Bernoulli 方程式，說明飛機機翼於飛行時如何產生向上舉升力？〔註：每子題五分，本題共二十分〕

第四題：就二維 (r 及 θ 座標) 的源流體 (source) 而言，若其速度位 (velocity potential) 為 $\phi = \frac{q}{2\pi} \ln r$ ，其中 q 為中心點流體的通量

($q > 0$)，試證明其氣流函數 (stream function) 為 $\psi = \frac{q}{2\pi} \theta$ 。

〔註：本題共十分〕

第五題 就二維 (x 及 y 座標)、無旋性 (irrotational) 及不可壓縮 (incompressible) 的流體而言，請從 (a) 物理觀點、(b) 數學觀點證明等 ψ 線 (streamline) 必定垂直於等 ϕ 線 (Equipotential line)。〔註：每小題十分，共二十分〕

第六題 假設在台灣上空存在由南到北遞減的溫度場分佈 (考慮台灣南北全長 400 公里，南北溫度差異為 4°C)，今釋放一探空氣球隨風探測溫度的變化 (假設無垂直方向之變化)，試問：若 (1) 吹西北風，風速為 $5\sqrt{2} \text{ ms}^{-1}$ ，且氣球測得的溫度保守；(2) 吹西北風，風速為 $5\sqrt{2} \text{ ms}^{-1}$ ，且氣球測得的溫度改變量為 $0.25 \times 10^{-4}^\circ\text{C s}^{-1}$ ；(3) 吹西風，風速為 5 ms^{-1} ，且氣球測得的溫度保守，則在陽明山華岡測站所測得的溫度變化為何？〔註：每子題五分，本題共十五分〕