

一. 當某一經濟部門之生產函數為

(25%)
$$Y = L^{\frac{2}{3}} K^{\frac{1}{3}} \text{ 時}$$

Y : 產量

K : 資本量

L : 勞動量

- 1) 求 勞動之边际生產力以及資本之边际生產力 (6%)
- 2) 求 資本對勞動之边际代替率 MRS_{KL} (6%)
- 3) 當完全競爭時, 勞動以及資本之所得分配率如何? (6%)
- 4) 求 代替彈性 (2%)

二. 設個人之效用函數為 $U = 2X^{\frac{1}{2}} + Y^{\frac{1}{2}}$ 時

(25%) 1) 求個人之需要函數以及周接效用函數 (13%)

2) 求個人之補償需要函數以及支出函數 (12%)

三. 設需要曲線為 $d_t = aP_t + b$ 供給曲線為

(25%)
$$S_t = \alpha P_{t-1} + \beta$$

而 $d_t = S_t$ 時, 其價格調整過程為穩定時

其必要充分條件如何

四. 某一企業生產函數, 而資本設備之大小以 K 表示時

中國文化大學八十五學年度研究所碩士班入學考試

所(組)別： 經濟學研究所

考試科目： 統計學

一. 試求證常態分配的動差母函數(the moment generating function of the normal distribution) 為:

$$(1) M_z(t) = e^{\mu t + \frac{1}{2} t^2 \sigma^2},$$

標準常態分配的動差母函數為:

$$(2) M_x = e^{\frac{1}{2} t^2},$$

其中 $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$, x 為隨機變數, $E(x) = \mu$, $\sigma^2 = E[x - E(x)]^2$.

(每小題佔 10%, 共 20%)

二. 若 μ 及 σ^2 分別為隨機變數 x 分配的期望值($E(x) = \mu$)及變異數($\sigma^2 = \sum_x (x - \mu)^2 f(x)$, $f(x)$ 為 x 隨機變數的機率密度函數)。試問:

(1) 何謂柴必雪夫定理(Chebyshev's Theorem)? 試以累積機率密度函數表示之。(2) 並加以證明。

(每小題佔 10%, 共 20%)

三. 若一簡單迴歸方程式為:

$$y_i = \beta x_i + u_i$$

$$Var(u_i) = \sigma_i^2, E(u_i) = 0, Cov(x_i, u_i) = 0, Cov(u_i, u_j) = 0, i \neq j$$

產生變異數(Variance)有非齊一性(Heteroskedasticity)的現象, 若直接以 OLS (Ordinary Least Squares Method) 估計, 試證明其為不偏的估計, 即 $E(\hat{\beta}) = \beta$, 並求其 $Var(\hat{\beta}) = ?$ (佔 15%)

四. 上述題目若假設 $Var(u_i) = \sigma_i^2 = \sigma^2 Z_i^2$ (Z_i 為某一自變數觀察值), 若以加權最小平方方法(Weight Least Squares Method, WLS) 估計之, 試證明其亦為不偏估計式, 並求其 $Var(\hat{\beta}^*) = ?$, 且證明 WLS 的估計式較具效率(efficiency)。(與 OLS 比較) (佔 15%)

五. 若一簡單的迴歸模型, 產生誤差項有序列相關(Serial Correlation)的現象, 如下:

$$y_t = \beta x_t + u_t, u_t = \rho u_{t-1} + e_t, e_t \sim NID(0, \sigma^2)$$

該序列相關的產生, 可能來自於動態模型誤設(Misspecified Dynamics)的結果。你如何用 Wald Test 方式檢定? 會有何種缺點? (佔 15%)

六. 若有一 AR(2) 的時間數列模型如下:

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim NID(0, \sigma^2)$$

試分析推演該時間數列模型為穩定序列(Stationary Process)的條件。(佔 15%)

(共一頁)

(36%) 一. 設 K_t 為 t 期期末資本存量, $\Delta K_t (= K_t - K_{t-1})$ 為 t 期淨投資, S 表折舊率, s 表儲蓄率, 而生產函數為 $Y_t = f(K_t) = AK_t$, $A > 0$; S , s 和 A 皆為固定常數, 試

Y_t 為 t 期 GNP,

(10%) 1. 定義均衡式 = 毛投資等於毛儲蓄, 則兩期之間資本存量的變動如何表示 (請將其表示成 K_t 的函數)?

(16%) 2. 證明資本存量成長率 (即 $\frac{\Delta K_t}{K_t}$) 和產出成長率 (即 $\frac{\Delta Y_t}{Y_t} = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_t}$) 是否皆為固定常數?

(10%) 3. 在什麼條件下, 會有安定狀態 (steady-state) 的資本存量存在?

(28%) 二. 若定義貨幣為通貨, 則握有通貨的

(14%) 1. 名目利率等於多少? 實質利率等於什麼?

(14%) 2. 並分別說明你所回答之名目利率值、實質利率值所顯示的意義?

(36%) 三. 設某代表性家計單位之

當期實質勞動所得 (即實質產出的供給) 為 y_t^s ,

當期實質消費需求為 C_t^d ,

當期名目債券需求為 b_t^d ,

當期名目貨幣需求為 m_t^d ,

前一期名目債券持有為 b_0 ,

前一期名目貨幣持有為 m_0 , 債券皆為附息債券, 且到期日均為一期,

名目利率為 R , 物價水準為 P , R 和 P 皆為固定常數, 試

(10%) 1. 寫出此代表性家計單位以實質形式表示的預算限制式?

(10%) 2. 對上式之預算限制式, 以何方法處理後, 即可得市場的瓦拉斯法則 (Walras' Law of Markets)?

(12%) 3. 當市場的瓦拉斯法則達成時, 其總合一致性條件 (aggregate consistency conditions) 為何?

(4%) 4. 若今新引入勞動市場, 則須增列那個總合一致性條件?