

中國文化大學八十六學年度研究所碩士班入學考試

所(組)別： 經濟學研究所

考試科目： 個體經濟學

- (24%)一. 已知某人將其所得全部消費於互為完全替代的X和Y財貨，X和Y的替代率為1:1，且其價格分別為 $P_x = 6$ 、 $P_y = 9$ ，又此人的所得為180，試分別圖示下列兩種狀況下的均衡消費組合變化？並指出其總效果是同時包括了替代效果和所得效果？還是只包括了替代效果？抑或只包括了所得效果？(實質所得不變採Slutsky定義的實質所得不變)
- (12%)1. 其它條件不變下，若 P_x 下跌為3
- (12%)2. 其它條件不變下，若 P_y 下跌為3
- (26%)二. 設當公車票價隨票價之際，有關單位取得某代表性搭公車者的效用函數如下，
- $$U=U(N, T, C)=-40N-2T-4C$$
- N表噪音污染，T表每次行車來回時間(分鐘)，C表每次行車來回成本，即票價(元)，則其它條件不變下，為使相關單位釐清決策之前，獲得初步了解，試利用此效用函數解答下列各小題(即以所求數字所示經濟意義解說下列各小題)：
- (5%)1. 在既定票價下，此代表性搭公車者對噪音污染(N)和行車時間(T)的主觀替代率是多少？
- (15%)2. 此代表性搭公車者願付多少錢，以縮短10分鐘的行車時間？又此人每時平均工資若為500元，則其每時行車成本占其每時平均工資的百分比為何？
- (6%)3. 此代表性搭公車者對一單位噪音污染(N)的評價為何？
- (25%)三. 在雙占的同質寡占市場模型中，按廠商策略的不同所採用的市場分析模型亦異，試問
- (10%)1. 若廠商策略為「價格設定」，則「價格設定」的意義為何？
- (15%)2. Cournot的雙占同質寡占市場模型與Bertrand的雙占同質寡占市場模型所獲得的均衡解，何者最接近純粹競爭(pure competition)解？為什麼？
- (25%)四. 已知某生產y產品的獨占廠商，面對兩種不同屬性的消費者，若以市場需求曲線表示此不同的消費者屬性，則分別為 $y_1 = 20 - P_1$ 及 $y_2 = 16 - P_2$ ，且知生產y的總成本為 $C = 8y$ ，($y = y_1 + y_2$)；其它條件不變下，試說明此獨占者採單一訂價法、還是採第三級差別訂價法，可獲得最大利潤？

- 一、**24%** (10%)林太太考慮在台北的大直和內湖兩地區擇一地點設立一所幼稚園，為此她在
大直地區中隨機抽訪 200 個家庭，發現母親上全天班的比率為 52%，她在內湖地區也隨機抽
訪 150 個家庭，發現該區母親上全天班的比率為 40%，試以 0.05 的顯著水準檢定下列假設：
大直地區主婦上全天班的比率高於內湖地區。

ⓐ (10%) 設已知變異數是 16，平均數 μ 未知之常態分配中隨機抽 n 個樣本 X_1, \dots, X_n ，
 n 等於 64，若在 $\alpha = 0.05$ 下，欲檢定 $H_0: \mu = 20$ 對 $H_1: \mu > 20$

ⓑ (5%) 試寫出其決策規則。可供參考的臨界值： $Z_{0.05} = 1.64$ ； $Z_{0.025} = 1.96$

ⓒ (5%) 求 $\mu = 22$ 之檢定力。(列出最後式子即可)

- 二、**20%** 小華與小明是文化大學經濟系 A 班的班對，兩人為了更有效率利用時間，相約每次約
會儘量在約定時間前後五分鐘內到達(換言之，比約會時間早到五分鐘或晚到五分鐘皆可
以)。情人節那天，兩人又相約在 10:00 A.M. 去大湖公園。

ⓐ (15%) 當天小華提早 3 分鐘到達，請問小華要等小明的時間的期望值為何？

ⓑ (5%) 請問如果小明碰到塞車，結果晚到 2 分鐘但仍可趕上約會的機率有多少？

註 1: ⓐ 和 ⓑ 是各自獨立的两小題。

註 2: 此題以負值表示早到，而以正值表示晚到。

- 三、**20%** Consider the model $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + e_i$ and suppose that application of least squares to
20 observations on these variables yields the following results: $t_{0.025, 17} = 2.11$; $t_{0.05, 17} = 1.740$;
 $F_{2, 17, 0.05} = 3.59$; 顯著水準, $\alpha = 0.05$

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.96587 \\ 0.69914 \\ 1.7769 \end{bmatrix} \quad \text{cov} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.21812 & 0.019195 & -0.050301 \\ 0.019195 & 0.048526 & -0.031223 \\ -0.050301 & -0.031223 & 0.037120 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}^2 = 2.5193; R^2 = 0.9466$$

- ⓐ (5%) Find the total variation, unexplained, and explained variation for this model.
ⓑ (5%) Find 95 percent interval estimates for β_2 and β_3 .
ⓒ (5%) Use a t-test to test the hypothesis $H_0: \beta_2 \geq 1$ against the alternative $H_1: \beta_2 < 1$.
ⓓ (5%) Use your answers in part (a) to test the joint hypothesis $H_0: \beta_2 = 0, \beta_3 = 0$.

- 四、**20%** (15%)

ⓐ (5%) Briefly describe the Gauss-Markov Theorem. ⓑ (10%) Show it.

ⓒ (5%) Please distinguish "likelihood function" from "probability function".

- 五、**20%**

ⓐ (12%) 設平均數 μ ，變異數 σ^2 的母體中，隨機抽取 n 個樣本 X_1, X_2, \dots, X_n ，若

$$T_1 = \frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{4}, T_2 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{2(n-2)} + \frac{1}{4}X_n$$

$$T_3 = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n} = \bar{X}$$

請指出何者為最具相對有效性？ T_1 、 T_2 及 T_3 皆為母體平均數 (μ) 的估計式。

ⓑ (8%) “若已知 $\hat{\theta}$ 為一致性估計式，則 $\hat{\theta}$ 亦必為一漸近不偏估計式。”上述說法是否正確？
說明之。($\hat{\theta}$: 樣本統計量)

中國文化大學八十六學年度研究所碩士班入學考試

所(組)別： 經濟學研究所

考試科目： 統計學

15% (共4題, 3%)

- (1) 某合夥於大陸上海浦東區投資生意，發現其投資額與其營業總利率有以下聯合機率分配 (Joint p.f.) 關係：

投資額(X) \ 總利率(Y)	10%	20%	30%
10萬元	0.1	0.2	0.1
20萬元	0.1	0.1	0.1
30萬元	0.1	0.1	0.1

- 試求：(a) marginal p.d.f. of X & Y
 (b) E(X), E(Y), Var(X), Var(Y) & Cov(X, Y).
 (c) correlation ρ_{xy}
 (d) E(X|Y=20%)
 (e) Are X and Y independent?

10%

- (2) 海濱夜偵訊，桃園縣長劉邦友血案坐牢，三位最疑似兇嫌：張三、李四及王五；今接獲民眾神秘電話指稱「這三人中確有一人為犯案兇嫌，而另二人為無辜」，經偵探單位再三追訊，指稱者只願透露李四及三五之其中一人非為作案兇嫌。試問：此說對將使張三被定為兇嫌的機率自 1/3 升高至 1/2，是否正確？（用機率公式說明之）

15%

- (3) (a) The p.d.f. of a random variable X has a 'Pareto Distribution' with parameters α and λ ($\alpha > 0$) is as follows:

$$f(x|\alpha, \lambda) = \begin{cases} \frac{\alpha \lambda^\alpha}{x^{\alpha+1}} & \text{for } x \geq \lambda > 0 \text{ and } \alpha > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Show that $\log(X/\lambda)$ has an exponential distribution with parameter α .

- (b) How does an exponential distribution relate to a Gamma distribution?
 (5%)

10%

- (4) Suppose that X_1 and X_2 are i.i.d. random variables and that each of them has a uniform distribution on the interval (0, 1). Find the p.d.f. of $Y = X_1 - X_2$.

10%

- (5) The Gauss-Markov Theorem is about the OLS estimator $\hat{\beta}$ of the regression coefficients β (i.e., $\hat{\beta}$ is BLUE), not about the estimator of σ^2 . Prove that:

$$s^2 = (n-k)^{-1} (y - X\hat{\beta})'(y - X\hat{\beta}) = (n-k)^{-1} y'My$$

is the unbiased estimator of σ^2

(共二頁, 第一頁)

中國文化大學八十六學年度研究所碩士班入學考試

所(組)別： 經濟學研究所

考試科目： 統計學

10%

- (6) Suppose that X_1, X_2, \dots, X_n form a random sample from a normal distribution for which the mean μ is known but the variance σ^2 is unknown. Find the M.L.E. of σ^2 .

15%

- (7) (a) Derive the relationship between the mean-squared error (MSE) and the variance of an estimator $\hat{\theta}$

$$\begin{aligned} \text{(i.e., } \text{MSE}(\hat{\theta}) &= \text{Var}(\hat{\theta}) + [\text{Bias}(\hat{\theta})]^2 && \text{if } \theta \text{ is a scalar} \\ \text{or } &= \text{Var}(\hat{\theta}) + \text{Bias}(\hat{\theta})\text{Bias}(\hat{\theta})' && \text{if } \theta \text{ is a vector)} \end{aligned}$$

- (b) Depict the above finding on the graph.
(5%)

15%

- (8) (a) Derive the variance-covariance matrix for the disturbances in the form of ρ and σ_ϵ^2 in the time-series setting analysis. (i.e., derive $E(\epsilon\epsilon') = \sigma_\epsilon^2 \Omega$, where $\epsilon = (\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_t)'$ is a vector of $\epsilon_t, t=1, \dots, T, \epsilon_t \sim \rho\epsilon_{t-1} + \mu_t$ and is assumed to be homoscedastic, $|\rho| < 1$ with the stationarity assumption, and $\mu_t \sim \text{WN}(0, \sigma_\mu^2)$ is a white noise.)

- (b) Verify that $\rho_t = \rho^t$, where $\rho_t = \gamma_t / \gamma_0 = \text{corr}(\epsilon_t, \epsilon_{t-t})$ is the autocorrelation function (ACF) between ϵ_t and ϵ_{t-t} and $\gamma_s = \text{cov}(\epsilon_t, \epsilon_{t-s})$ is the autocovariance function (ACVF) between ϵ_t and ϵ_{t-s} .

(共二頁, 第二頁)

一. (30%) 假設菲力普曲線為

$$\dot{W} = \gamma \dot{P}^e + \alpha - \beta U, \text{ 式中 } \dot{W} \text{ 表示名目工資變動率; } \dot{P}^e \text{ 表示預期物價變動率;}$$

$$U \text{ 表示失業率; } \gamma, \alpha, \beta \text{ 均為正數.}$$

而物價與工資之間的關係為: $\dot{P} = \dot{W} - A$ (A 定義為平均勞動生產力, $A > 0$), 式中變數上方的 $(\dot{\cdot})$ 表示變動率

① (10%) 請導出以物價表示的預期擴大的菲力普曲線 (expectations-augmented phillips curve) 並求出 U_n (自然失業率);

② (10%) 假設 $\dot{P} = 0.2 \dot{P}^e + 0.5 - 0.1 U$, 則試以此式說明物價與失業長期間是否存在著抵換 (trade-off) 關係?

③ (10%) 台灣三月份發生豬口蹄疫事件, 此事件不僅直接衝擊養豬戶, 連帶的波及其相關上、下游 (包括飼料業、食品加工、豬肉零售等) 產業, 對我國目前居高不下失業率無疑是雪上加霜 (二月份的失業率為 2.97%, 是自 73 年以來同期失業率最高的一年), 針對此次豬口蹄疫事件所引發的失業人口增加, 若政府試著去減低失業人數, 而突然增加貨幣供給, 根據適度理學派的看法會不會引起物價上漲, 請以理論說明去支持你的答案。

二. (40%) 考慮下列總體經濟模型:

財貨市場:

$$Y = C(Y, \frac{W}{P}) + I(Y, r) + G; \quad 0 < C_Y < 1; C_W = \frac{\partial C}{\partial (\frac{W}{P})} > 0; I_Y = \frac{\partial I}{\partial Y} > 0$$

$$I_r = \frac{\partial I}{\partial r} < 0; \frac{W}{P}: \text{實質財富}$$

貨幣市場:

$$\frac{M}{P} = L(Y, r); \quad L_Y > 0; L_r < 0; \frac{M}{P}: \text{實質貨幣供給}; L(\cdot): \text{貨幣需求函數}$$

總合供給曲線:

$$P = P^e + g(Y - Y^f); \quad P^e: \text{預期物價水準}; Y^f: \text{充分就業下的產出水準}; g' \geq 0$$

① (20%) 分別依據下列①、②的條件, 當政府支出 $[G]$ 增加時, 對產出 $[Y]$ 、利率 $[r]$ 及物價 $[P]$ 有何影響 (假設 $C_Y + I_Y < 1$)? 並解釋其經濟涵意。

- ① 假設總體勞動生產力不變及工資和物價具有向下調整慣性。
- ② 假設社會處於充分就業。

② (20%) 如果總合供給曲線變得較陡, 對物價有何不同的影響 (請以數理模型推導, 其他方式不予計分)?

三. (30%) An individual lives for two periods with utility function $\ln C_t + (1+\delta)^{-1} \ln C_{t+1}$, where C_t is consumption in the t th period and δ reflects time preference. The budget constraint is given by $C_{t+1} = R_{t+1} + (R_t - C_t)(1+r)$, where receipts in the t th period are R_t and r is the rate of interest. The realization of R_{t+1} is not known in advance of the decision on C_t , but has a known distribution.

- ① (10%) Show that C_t is the best predictor of C_{t+1} .
- ② (10%) Does C_t follow a random walk if $r = \delta$?
- ③ (10%) Show that C_t is independent of r if R_{t+1} is known to be zero. When would $C_t = 0.5R_t$? Is C_{t+1} a random walk?

(共一頁)