

計算說明題：請務必寫計算或說明，否則不計分!!

一. (25%) 假設在一個完全競爭市場中的每一個廠商，其長期的生產函數都為

$$Q = \sqrt{L+1} + \sqrt{K+4} - 4$$

其中， $Q$  是產出的數量， $L$  是勞動投入， $K$  是資本投入

- (1) 請根據  $L=3, K=5$  之生產量和  $L=15, K=25$  之生產量，說明上述生產函數的規模報酬(5%)
- (2) 請以本題說明邊際產出及邊際技術替代率為遞減的 (5%)
- (3) 假設短期廠商決定使用資本量為 5 ( $K=5$ )，且知工資率是 5，資本價格是 0.05，請解釋為什麼廠商的總成本為  $TC=5Q^2+10Q+0.25$ ? (5%)
- (4) 接(3)，現若假設市場中完全相同的廠商有 100 家，且市場需求函數為  $Q=200-10P$ ，請問
  - (a) 每家廠商的短期供給線? (5%)
  - (b) 每家廠商的產量? (5%)

二. (30%) 假設一產業僅有兩家完全相同的廠商，這兩家廠商的成本函數分別為廠商 1:  $C_1=30q_1$ ，

廠商 2:  $C_2=30q_2$ ，其中， $q_1$  及  $q_2$  為這兩家廠商的的產量，已知市場需求函數為  $q=150-p$ ，其中， $q=q_1+q_2$  若此二廠商並不知道彼此生產決策法則，同時生產，

- (1) 請求出 Cournot 均衡產量及其利潤(10%)
- (2) 若兩廠聯合成為一個卡特爾(Cartel)，並以追求聯合利潤最大為目標，
  - (a) 請問契約線為? (3%)
  - (b) 若契約上規定個別廠商的利潤為聯合利潤之半，現在若廠商 1 違背契約增產，廠商 2 仍遵守契約，則個別廠商產量及利潤? (10%)
- (3) 請以“囚犯的困境”說明以上結果。有什麼方法可以突破此困境? (7%)

三. (25%) 假設某甲消費  $x$  與  $y$  兩財貨，其效用函數為  $U(x,y) = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}$ ，已知  $x$  與  $y$  之價格分別為  $(P_x, P_y) = (1, 1)$ ，貨幣所得  $m=100$ ；若  $P_x$  的價格上升為 4，

- (1) 請計算補償變量(CV)，等量變量(EV)及消費者剩餘變化量( $\Delta CS$ )? (15%)
- (2) 請問 CV, EV 及  $\Delta CS$  的意義及其在經濟學上的作用為何? (10%)

四. (20%) 解釋說明題

- (1) 何謂“無飽(厭)足狀 (non-satiation)”? 經濟學中此假設的作用為何? (5%)
- (2) 何謂凸集合? 請說明並以圖形及數學式表示之。 (5%)
- (3) 請問什麼條件可以保證“當一產品的價格提高時，其需求量將會降低”? 請以圖形說明之(5%)
- (4) 某甲對小賭局為風險愛好，但對大賭局為風險趨避，請畫出並說明其效用函數(5%)

中國文化大學九十一學年度碩士班入學考試

所(組)別： 經濟學研究所

考試科目： 統計學

一、【30%】近年來由於台灣有線電視的合法化，加入經營的公司不斷增加，彼此間競爭愈形激烈。為了吸引更多的收視戶，一有線電視公司打算由日本購入一些節目，用以新增一頻道，但在正式播出此新頻道前，蒐集了 200 位观众的收視偏好，以作為決策依據，其結果如下：

	運動	連續劇	總計
男	65	35	100
女	25	75	100
總計	90	110	200

在顯著水準  $\alpha = 0.05$  下，試檢定性別與喜好節目間是否獨立【使用獨立性檢定】

( $\chi^2_{(1),0.05} = 3.84$ ;  $\chi^2_{(1),0.01} = 6.63$ ;  $\chi^2_{(1),0.001} = 10.83$ )

二、【30%】隨機變數  $X_1, \dots, X_n$  為一組以抽樣放回的方式，從母體  $N(\mu, \sigma^2)$  中隨機抽出的樣本， $n \geq 3$ ，現以  $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n X_i$  與  $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{2}(X_1 + X_2)$  來估計  $\mu$ ，試求何者為  $\mu$  的一致性估計式？

三、【40%】 $\ln y = \alpha + \beta_1 \ln x_1 + \beta_2 \ln x_2 + \beta_3 \ln x_3 + \beta_4 \ln x_4 + \beta_5 \ln x_5 + \beta_6 \ln x_6 + \beta_7 \ln x_7 + \beta_8 \ln x_8 + \beta_9 \ln x_9 + \beta_{10} \ln x_{10} + \beta_{11} \ln x_{11} + \beta_{12} \ln x_{12} + \beta_{13} \ln x_{13} + \beta_{14} \ln x_{14} + \beta_{15} \ln x_{15} + \beta_{16} \ln x_{16} + \beta_{17} \ln x_{17} + \beta_{18} \ln x_{18} + \beta_{19} \ln x_{19} + \beta_{20} \ln x_{20} + \beta_{21} \ln x_{21} + \beta_{22} \ln x_{22} + \beta_{23} \ln x_{23} + \beta_{24} \ln x_{24} + \beta_{25} \ln x_{25} + \beta_{26} \ln x_{26} + \beta_{27} \ln x_{27} + \beta_{28} \ln x_{28} + \beta_{29} \ln x_{29} + \beta_{30} \ln x_{30} + \beta_{31} \ln x_{31} + \beta_{32} \ln x_{32} + \beta_{33} \ln x_{33} + \beta_{34} \ln x_{34} + \beta_{35} \ln x_{35} + \beta_{36} \ln x_{36} + \beta_{37} \ln x_{37} + \beta_{38} \ln x_{38} + \beta_{39} \ln x_{39} + \beta_{40} \ln x_{40} + \beta_{41} \ln x_{41} + \beta_{42} \ln x_{42} + \beta_{43} \ln x_{43} + \beta_{44} \ln x_{44} + \beta_{45} \ln x_{45} + \beta_{46} \ln x_{46} + \beta_{47} \ln x_{47} + \beta_{48} \ln x_{48} + \beta_{49} \ln x_{49} + \beta_{50} \ln x_{50} + \beta_{51} \ln x_{51} + \beta_{52} \ln x_{52} + \beta_{53} \ln x_{53} + \beta_{54} \ln x_{54} + \beta_{55} \ln x_{55} + \beta_{56} \ln x_{56} + \beta_{57} \ln x_{57} + \beta_{58} \ln x_{58} + \beta_{59} \ln x_{59} + \beta_{60} \ln x_{60} + \beta_{61} \ln x_{61} + \beta_{62} \ln x_{62} + \beta_{63} \ln x_{63} + \beta_{64} \ln x_{64} + \beta_{65} \ln x_{65} + \beta_{66} \ln x_{66} + \beta_{67} \ln x_{67} + \beta_{68} \ln x_{68} + \beta_{69} \ln x_{69} + \beta_{70} \ln x_{70} + \beta_{71} \ln x_{71} + \beta_{72} \ln x_{72} + \beta_{73} \ln x_{73} + \beta_{74} \ln x_{74} + \beta_{75} \ln x_{75} + \beta_{76} \ln x_{76} + \beta_{77} \ln x_{77} + \beta_{78} \ln x_{78} + \beta_{79} \ln x_{79} + \beta_{80} \ln x_{80} + \beta_{81} \ln x_{81} + \beta_{82} \ln x_{82} + \beta_{83} \ln x_{83} + \beta_{84} \ln x_{84} + \beta_{85} \ln x_{85} + \beta_{86} \ln x_{86} + \beta_{87} \ln x_{87} + \beta_{88} \ln x_{88} + \beta_{89} \ln x_{89} + \beta_{90} \ln x_{90} + \beta_{91} \ln x_{91} + \beta_{92} \ln x_{92} + \beta_{93} \ln x_{93} + \beta_{94} \ln x_{94} + \beta_{95} \ln x_{95} + \beta_{96} \ln x_{96} + \beta_{97} \ln x_{97} + \beta_{98} \ln x_{98} + \beta_{99} \ln x_{99} + \beta_{100} \ln x_{100}$

Where

$y$  = coal output;  $x_1$  = capital;  $x_2$  = labor;  $x_3$  = electricity consumption;  $x_4$  = timber consumption;  $x_5$  = gun-powder consumption;  $x_6$  = steel consumption;

(a) 【5%】請解釋  $\beta_3$  的意義。

(b) 【20%】令  $\eta = \sum \beta_i$ ， $\eta$  表示規模報酬參數；請寫出當要素使用量皆增加 2 倍而產出增加 2 倍的計量模型。

(c) 【10%】請寫出固定規模報酬的假設檢定；並作檢定 ( $\alpha = 0.05$ )

(d) 【5%】請寫出  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  等於零的聯合假設檢定；並作檢定 ( $\alpha = 0.05$ )

(e) 將 (d) 作答時請依下列的表結果作答。

附表：

Dependent Variable: LY					
Test: B C	Numerator:	0.0145	DF:	1	F value: 0.2432 (c)
	Denominator:	0.059507	DF:	56	Prob>F: 0.6238

Dependent Variable: LY					
Test: D D'	Numerator:	0.0640	DF:	3	F value: 1.0762 (d)
	Denominator:	0.059507	DF:	56	Prob>F: 0.3607

一. 底下是一個 IS-LM 模型：(60%)

商品市場均衡條件： $Y = C(Y) + I(R) + G$ ;  $1 > C_Y > 0, I_R < 0$

貨幣市場均衡條件： $L(Y, R) = \frac{M}{P}$ ;  $L_Y > 0, L_R < 0$

式中  $Y$  為產出、 $C$  為消費、 $I$  為投資、 $G$  為政府支出、 $R$  為利率、 $L$  為實質貨幣需求函數、 $M$  為貨幣供給水準而  $P$  為物價水準。試據此模型回答以下的問題：

- (a) 若央行打算將貨幣供給提高，試分析 IS-LM 模型下貨幣擴張的政策效果。(5%)
- (b) 若擴充上述模型，加入總合供給部門，則變成所謂的 AD-AS 模型。即考慮總合供給函數 ( $S$ ) 如下：(注意：在此先不考慮流動性陷阱的問題)

總合供給函數： $Y = S(P)$ ;  $S_P > 0$

據此，再次分析 AD-AS 模型下，貨幣擴張的政策效果。並證明 IS-LM 模型下的貨幣政策效果必定會大於 AD-AS 模型下的貨幣政策效果。(10%)

- (c) 若  $S_P = 0$ ，則 AD-AS 模型下的貨幣政策效果為何？並藉此說明何謂貨幣中立性？(5%)
- (d) 若  $L_R \rightarrow \infty$ ，也就是民眾投機性的貨幣需求趨近於無窮大，此時經濟體系便陷入了所謂的流動性陷阱(Liquidity trap)。假設經濟體系期初時便處於流動性陷阱中，試問此時 AD-AS 模型下的貨幣政策效果為何？(請在  $S_P > 0$  的條件下分析)(5%)
- (e) 請利用上述 AD-AS 模型說明為何會發生「古典的不一致」(classical dichotomy)的現象。(5%)
- (f) Pigou 認為實質財富的增加將會促使民眾消費的增加，此種消費與實質貨幣的直接正向關係，被稱為「Pigou 效果」或「實質餘額效果」。依據 Pigou 的觀點，民眾的消費函數應該改寫成：

$$C = C\left(Y, \frac{M}{P}\right); C_{M/P} > 0, \partial C_Y / \partial (M/P) = 0$$

試問，加入 Pigou 效果後，對於「古典的不一致」將會產生何種影響？(5%)

- (g) 「Pigou 效果」會加大還是減緩貨幣政策的效果？(以 IS-LM 模型分析之)(5%)
- (h) 利用商品市場均衡條件與貨幣市場均衡條件可得知社會上的總合需求函數為：

$$Y = D(P, G, M, \omega); D_P < 0, D_G > 0, D_M > 0, D_\omega > 0$$

式中， $\omega$  為總合需求的隨機性干擾因素，它符合平均數為零且變異數為常數的常態分配(normal distribution)。另外，將(b)小題中的總合供給函數修改成：

$$Y = \bar{Y} + \beta(P - P^e); \beta > 0$$

式中， $\bar{Y}$  為充分就業的產出水準而  $P^*$  為預期物價水準。假定民眾的預期屬於理性預期 (rational expectation) 的方式，則貨幣供給未預料到 (unanticipated) 增加的短期與長期效果為何？藉此闡述理性預期學派的基本論點。(10%)

(i) 若資本在國際間呈現完全的移動，則外匯市場均衡條件可以表示成：

$$R = R^* + \frac{E^* - E}{E}$$

式中  $R^*$  為國外利率水準， $E$  為匯率水準(定義為一單位外國貨幣能兌換的本國貨幣數量)而  $E^*$  為預期匯率水準。是以，開放體系下的 IS-LM 模型中包含商品市場、貨幣市場、外匯市場與債券市場。假定民眾對於匯率的預期屬於靜態預期的方式，據此分別探討貨幣政策在固定匯率與浮動匯率下的政策效果為何？(10%)(在此先忽略 Pigou 效果)

二. Solow 新古典成長模型中的基本的累積方程式(fundamental accumulation equation)為：(40%)

$$\dot{k} = sf(k) - (n + \delta)k$$

式中  $k$  為每人資本存量、 $\dot{k}$  為每人資本存量的跨期變化、 $s$  為儲蓄率、 $f(k)$  為每人產出、 $\delta$  為每人的資本折舊率、 $n$  為人口成長率。據此回答以下的問題：

- (a) 假定  $f(k) = Ak^\alpha$ ，其中  $0 < \alpha < 1$ 。試求算靜止均衡時的每人產出水準與消費水準分別是多少？(10%)
- (b) 若  $\alpha = 1$  (即  $f(k) = Ak$ )，靜止均衡下的每人的資本存量會持續成長，其原因何在？此時每人產出的成長率(growth rate)應該是多少？(假設  $A > n + \delta$ )(10%)
- (c) 觀察 OECD 國家 1960-1990 年的實際數據可以發現，期初每人實質國內生產毛額(GDP)較低的國家，會有較高的產出成長率；反之，期初每人實質 GDP 較高的國家，會有較低的產出成長率。上述的(a)小題與(b)小題的答案是否可以解釋此一現象？為什麼？(10%)
- (d) 根據台灣的資料顯示，民國 50 年的每人實質國民所得為 142 美元，但至民國 90 年，我國的國民所得已經達到 14188 美元。試問，上述的(a)小題與(b)小題的答案是否可以解釋此一現象？為什麼？(10%)