

1. 試計算下列各式 (24%)

(1)  $\frac{d}{dx} 2^{\sin x}$

(2)  $\frac{d}{dx} \frac{5^x - 3^x}{x}$

(3)  $\int \frac{1}{1+e^x} dx$

(4)  $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$

2. 一圓形之金屬棒直徑 4 m.m. 長 10 m.m. 以每分鐘 1 m.m. 之速度伸長. 假設此棒為均勻伸長, 體積不改變, 求 10 分鐘後此棒之直徑減少之速度. (15%)

3. 若  $F(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^2} dt$  試求 (25%)

(1)  $F(x)$  之臨界點及增減函數, 減函數區間 9%

(2) 討論  $F(x)$  之凹性並求其反曲點, 8%

(3) 試給其圖形, 8%

4. 試討論  $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$  為發散或收斂? (16%)

5. 設  $Z = f(x, y)$ , 其中  $x = a + ht$ ,  $y = b + kt$

則  $\frac{\partial^n Z}{\partial t^n} = (h \frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y})^n Z$  其中  $n = 1, 2, 3, \dots$

試利用數學歸納法證明之. (20%)

中國文化大學八十八學年度碩士班入學考試

所(組)別： 勞工研究所(乙組) 考試科目： 統計學

選擇題(單選題)每題5分，答錯不倒扣，可以使用計算機

- 下列何種機率分配其變異數等於期望值？(a)指數分配 (b)卜瓦松分配 (c)t-分配 (d)F-分配。
- 若欲比較文化大學全校學生的身高與體重兩組資料的離散程度，應採用下列何者？(a)平均數 (b)變異數 (c)全距 (d)變異係數。
- 從一均數為  $\mu$ ，標準差為  $\sigma$  的常態母體抽一標本，下列關於其標本平均數  $\bar{X}$  的敘述何者正確？  
(1) 期望值為  $\mu$  (2) 變異數為  $\frac{\sigma^2}{n}$  (3) 若標本數足夠大，成常態分配，若標本數不夠大，則不確定。  
(4) 一定成常態分配。(a)(1)(4) (b)(1)(3) (c)(1)(2)(3) (d)(1)(2)(4) 正確。
- 欲檢定  $H_0: \mu = \mu_0$  v.s.  $H_A: \mu < \mu_0$  時，若  $\alpha = 0.05$ ，得其拒絕區的臨界值為 A，將  $\alpha$  改為 0.001，新檢定的拒絕區之臨界值為 B，下列何者正確？(a)  $A > B$  (b)  $A > B$  (c)  $A < B$  (d)  $B \geq A$ 。
- 已知某組資料的平均值是 10，標準差是 1，則謝比雪夫不等式保證 (a) 有 75% 的資料落在 8 至 12 之間 (b) 至多有 75% 的資料落在 8 至 12 之間 (c) 至少 75% 的資料落在 8 至 12 之間 (d) 無法確定。
- 下列敘述何者正確  
(a) 當虛無假設為錯的，而我們沒有予以棄卻時，則發生型 I 錯誤。  
(b) 當虛無假設為真的，而我們卻予以棄卻時，則發生型 II 錯誤。  
(c) 型 I 和型 II 錯誤可能同時發生。  
(d) 顯著水準為可容許之型 I 錯誤的機率的最大值。
- 抽樣分配是指下列何者的機率分配？(a) 標本統計量 (b) 母體統計量 (c) 標本參數 (d) 母體參數。
- 某食品公司生產食品罐頭，生產線上每罐的承量為常態分配且平均每罐重 180 公克，標準差 10 公克，每盒由生產線上隨機抽取 6 罐組成。規格上說明每盒不足一公斤可退貨，試問此產品被退貨的機率為何？(a) 0.01 (b) 0.025 (c) 0.005 (d) 0.0005。
- 上題之食品公司若希望被退貨的機率小於 1%，則應規定每盒總重量小於多少公克才允許退貨？(a) 1000 (b) 940 (c) 1025 (d) 1010。
- 為了解某次觀看「抽菸量對健康影響」宣導效果，從觀眾中隨機抽出 12 位得其觀看前後之抽菸量如下表：

觀看前	11	10	0	5	12	4	4	8	8	2	20	30
觀看後	10	0	0	0	5	0	4	0	9	2	10	20

檢定統計量  $U$  須滿足下列何式，才能說在顯著水準 0.05 之下，觀眾參加此次活動後，平均吸煙量有顯著減少？(a)  $U > t_{11,0.05}$  (b)  $U > t_{11,0.05}$  (c)  $U > Z_{0.05}$  (d)  $U > Z_{0.05}$ 。
- 為估計某地區失業工人的比率，一經濟學者由勞動羣中隨機抽取 400 位，結果有 25 人失業，則真實失業率  $p$  的 95% 信賴區間為 (a)  $0.0625 \pm 0.0159$  (b)  $0.0625 \pm 0.0282$  (c)  $0.0625 \pm 0.0237$  (d)  $0.0625 \pm 0.0312$ 。
- 上題失業率之研究，若欲使 95% 信賴區間之寬度小於 4%，則至少須取多少標本？(a) 300 (b) 397 (c) 562 (d) 563。
- 3x5 的列聯表之獨立性檢定，其檢定統計量在獨立性假設下極限分佈是 (a)  $\chi^2(15)$  (b)  $\chi^2(12)$  (c)  $\chi^2(5)$  (d)  $F(3,5)$ 。

第一頁 共二頁 (本試題採雙面印刷)

14. 下列敘述何者不真？

- (a) 若隨機變數  $X$  和  $Y$  獨立，則  $X$  和  $Y$  的相關係數為 0。
- (b) 若隨機變數  $X$  和  $Y$  的相關係數為 0，則  $X$  和  $Y$  獨立。
- (c) 若隨機變數  $X$  和  $Y$  的相關係數為 1 或 -1，則存在實數  $a, b$  且  $a \neq 0$  使得  $Y = aX + b$ 。
- (d) 若隨機變數  $X$  和  $Y$  有相同的分佈，則  $U = X + Y$  和  $V = X - Y$  的相關係數為 0。

15. 由右邊的變異數分析 (ANOVA) 表，下列敘述何者不真？

- (a) 離差平方和 SSE = 21 (b) 標準差  $S = 1$  (c) 複判定係數  $R^2 = 100 \frac{100}{121} \%$
- (d) 校正複判定係數  $R_{adj}^2 = 100 \frac{100}{121.26} \%$

Source	SS	DF
Regression	100	5
Error		21
Total	121	

16. 小明由樣本計算母體平均的信頼區間時可以發現一般來說

- (a) 信頼係數愈大則信頼區間的寬度愈大。
- (b) 樣本愈大則信頼區間的寬度愈大。
- (c) 樣本的變異數愈小則信頼區間的寬度愈大。
- (d) 信頼區間的寬度愈大愈好。

17. 下列何者不能作為常態性檢定？

- (a) 適合度檢定 (goodness of fit test)。
- (b) Shapiro-Wilk 檢定。
- (c) t 檢定。
- (d) 常態機率圖。

18. 作  $Y$  對  $X$  的簡單線性迴歸得  $E(Y|X) = 40 - 3X$ ，且  $\bar{Y} = 10$ ， $\bar{X} = 10$ ， $n = 10$ ， $\sum X_i^2 = 2000$ ，若強迫迴歸線通過原點 (截距 = 0) 則得  $E(Y|X) = aX$ ，其中  $a$  為 (a) 1 (b) -1 (c) 2 (d) -2。

19. 某人重複作相同的實驗 (不同的實驗視可獨立)，已知在重複 2 次實驗中有 1 次成功的機率是 0.3，問在重複 4 次實驗中有 2 次成功的機率是 (a) 0.09 (b) 0.135 (c) 0.27 (d) 0.42

20. 下列有關於參數估計的敘述何者為真？

- (a) 對不偏估計而言其估計誤差為 0。
- (b) 以身高樣本的中位數來估計一個陌生人的身高，其估計誤差的絕對值的期望值最小。
- (c) 以身高樣本的平均數來估計一個陌生人的身高，其估計誤差的絕對值的期望值最小。
- (d) 以身高樣本的中位數來估計一個陌生人的身高，其估計誤差的平方的期望值最小。

參考資料： $P(Z < 1.27) = 0.8995$ ， $P(Z \leq 2.33) = 0.99$ ， $P(Z < 1.645) = 0.95$ ， $P(Z \leq 1.96) = 0.975$ 。