

系所組：地學研究所大氣科學組碩士班

日期節次：99 年 3 月 13 日第 1 節 9:00 -10:30

科目：應用數學

(30%)1.一階常微分方程式 $2xyy' = y^2 - x^2$

- (a)求此微分方程式之通解(10%)
- (b)求(a)通過點(1,1)之特別解(5%)
- (c)求(b)在點(1,1)之梯度(gradient)(5%)
- (d)求(a)之正交曲線族(10%)

(30%)2.二階線性常微分方程式 $\frac{d^2z}{dt^2} + g \frac{d \ln(\theta_0)}{dz} z = 0$

若 $g \frac{d \ln(\theta_0)}{dz}$ 為常數(即 $k = g \frac{d \ln(\theta_0)}{dz} = \text{constant}$)

- (a)求此常微分方程式之通解(10%)
- (b)分別討論 $k > 0$ 及 $k < 0$ 時解的特性(20%)

(20%)3.Legendre Polynomials $p_0(x) = 1$ $p_1(x) = x$ $p_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$

若 $f(x) = x^2 + x$, $|x| \leq 1$

請將 $f(x)$ 展開成 Legendre Polynomials 之級數

(20%)4.矩陣 $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

求此矩陣之特徵值及特徵向量