

(3、4 題各佔 10%，其餘每題佔 8%)

1. 分別就下列(a)(b)兩小題判斷 P 與 Q 是否邏輯上等價(logically equivalent)。

(答是或否之外，必須列出數式、真值表、或說明，否則不予計分)

(a) $P = p \rightarrow q, Q = \bar{q} \rightarrow \bar{p}$

(b) $P = \overline{p \rightarrow q}, Q = p \wedge q$

2. (a) 根據下列真值表找出布林函數(Boolean function) $f(x, y, z)$ 之分離標準型式(disjunctive normal form)。(b) 簡化後以二個 AND gates、一個 OR gate 及一個 NOT gate 繪製電路。

x	y	z	$f(x, y, z)$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

3. 假設字集合(universal set) U 及其內三個集合 A 、 B 和 C 分別為 $U = \{1, 2, \dots, 10\}$ 、 $A = \{1, 4, 7, 9\}$ 、 $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 和 $C = \{2, 4, 6, 8\}$ ，試求

(a) $A \cup B$ (b) $(A \cup B) - (C - B)$ (c) $\bar{A} \cap B$ (d) symmetric difference $A \oplus C$ (e) $\overline{A \cap B \cup C}$

4. 假設集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ，在其上有一關係 $R = \{(1, 2), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (4, 2)\}$ ，判斷此關係是否具有(a) 反身性(reflexivity) (b) 對稱性(symmetry) (c) 反對稱性(antisymmetry) (d) 傳遞性(transitivity) (e) 偏序(partial ordering)。(逐項需要說明理由，否則不予計分)

5. 求解遞迴關係式 $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ ，初始條件為 $a_0 = 1$ 和 $a_1 = 1$ 。

6. (a) 試繪非決定性有限狀態機(nondeterministic finite-state machine) $M = (I, S, f, A, \sigma)$ 之狀態轉換圖(state transition diagram)，其中輸入符號集 $I = \{a, b\}$ ，狀態集 $S = \{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2\}$ ，接受狀態集 $A = \{\sigma_1, \sigma_2\}$ ，初始狀態 $\sigma = \sigma_0$ ，轉換函數 f 列於下表。

(b) 分別判斷兩輸入字串 $\alpha_1 = aabaabbb$ and $\alpha_2 = abba$ 是否被此自動機所接受？

(必須列出狀態轉換過程，否則不予計分)

$I \setminus S$	f	
	a	b
σ_0	$\{\sigma_0, \sigma_1\}$	$\{\sigma_2\}$
σ_1	null	$\{\sigma_1\}$
σ_2	$\{\sigma_1, \sigma_2\}$	null

第 1 頁共 2 頁

本 試 題 採
雙 面 印 刷

不要忘了有兩頁試題

7. 若 x_1, x_2 及 x_3 均為正整數，同時 $x_1 \geq 1, x_2 \geq 1, x_3 \geq 1$ ，求方程式： $x_1 + x_2 + x_3 = 15$ 有幾組正整數解？
8. (a) 將 { N, J, P, D, L, O, T } 依所列字母順序繪出二元搜尋樹(binary search tree)，N 必須為根。
(b) 再以中序追蹤(inorder traversal)重新列出字母順序。
9. 求解 y 其滿足 $196y \bmod 425 = 1$ 和 $0 < y < 425$ 。
(提示: $\gcd(196, 425) = 1$)

10. 用二項式定理(binomial theorem)證明

$$\sum_{i=0}^n (-i)^i C(n, k) = 0$$

11. 回答下列問題：

- (a) 今有 256 個硬幣，從它們的外觀無法分辨差異，但它們的重量彼此皆不相同，我們根據重量已將它們由小到大依序排列，現在給你另一個外觀相同硬幣，同時給你一支天秤用來比較兩個硬幣的重量，請問在最壞的情況下，至少需要做幾次的重量比較即可判斷出你的硬幣是否與 256 個硬幣之一的重量相同？
- (b) 小明和班上另外 9 位同學組成籃球隊，教練要在這 10 位同學中選出 5 位先發球員，若小明一定要在先發球員名單內，試問先發球員有幾種組成方式？若小明一定不在先發球員當中，試問先發球員有幾種組成方式？
12. 根據下列演算法，(a) 計算敘述 $x = x + 1$ 執行的次數是多少？(b) 此演算法的計算複雜度為何？以 Θ 描述之，並以 n 為參數(theta notation in terms of n)。

1. for $i = 1$ to n
2. for $j = 1$ to i
3. for $k = 1$ to j
4. $x = x + 1$