

請說明下列方程式特性 (線性, 非線性, 常微, 偏微, 齊次, 非齊次) (可不復選) (10%)

① $y'' + 4y + 5 \sin \theta = 10$

④ $x^2 y''' + 2e^x y' = (x+5)y$

② $y'' + 4y + 4 \cos x = 0$

⑤ $y'' + 4y = 0$

③ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

試將下列二 = 次微分方程式線性化, 並說明此一微分方程式代表之物理現象? 必須是在何種 Condition 下才可執行? (10%)

① $\ddot{\theta}(t) + \frac{g}{L} \sin \theta + \frac{k}{m} \dot{\theta} = 0$

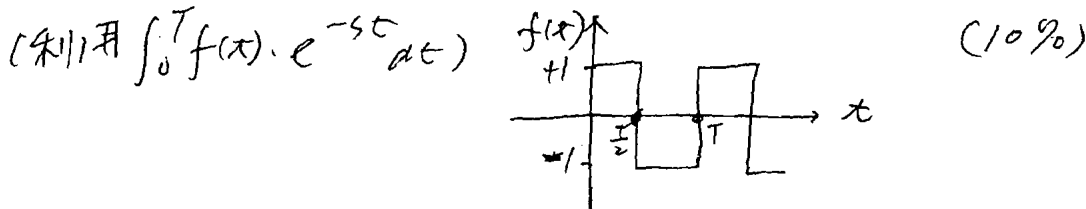
請解下列各題: (15%)

(1) $9y y' + 4x = 0 \Rightarrow y = ? \quad (y' = \frac{dy}{dx})$

(2) $\ddot{x} + 2\dot{x} + 10x = e^{-t}, x(0), \dot{x}(0) = 0, \Rightarrow x(t) = ?$ 請用 Laplace 法求解

(3) $\mathcal{L}^{-1} \left(\frac{1}{s} \cdot \frac{1}{ms^2 + k} \right) = ?$ for $m, k \neq 0, \mathcal{L}^{-1}(F(s)) \rightarrow f(t) = ?$

試將下列圖形, 在 $t \in (0, T)$ 之範圍內, 求 $f(x)$ 之 Laplace Transfer. (10%)



請利用 final-value theorem, 求 $F(s) = \frac{10}{s(s+1)}$ 之值, for $t \rightarrow \infty$. (10%)

請利用 Gaussian elimination, 求解. (10%)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 8 & 7 & 20 \\ 2 & 7 & 9 & 23 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_1 \\ 0 & 1 & 0 & x_2 \\ 0 & 0 & 1 & x_3 \end{bmatrix},$$
 並求出 x_1, x_2, x_3 .

試求 $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -4 & 6 & 2 \\ 16 & -15 & -5 \end{bmatrix}$ 之 eigenvalues & associated eigenvector. (10%)

② 若 $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 5 & 6 & 3 \\ 3 & 5 & 2 \end{bmatrix}$, 求其 inverse matrix.

8. 某 Transfer function, $G(s) = \frac{O/P}{I/P} = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{a}{s(s+a)}$. (10%)

① 求 $g(t) = ?$

② 並求 $t = \frac{1}{a}, t = \frac{2}{a}$ 之值. ($e^{-1} = 0.37, e^{-2} = 0.1$).

9. 若 A, B 為不同之 matrix, A^T 為 A 之 Transpose. 請問: (10%)

(1) 若 $A_{m \times n}$ 之 order 為 $m \times n$, 請問 $(A^T)^T$ 之 order 為何?

(2) 在何種條件下 $A^T = A$?

(3) 下列 ① ~ ⑥ 何者為真.

① $AI = IA$, I 為 Identical matrix.

② $(AB)^T = B^T A^T$ 且 $(AB) = (BA)$.

③ $A+B = B+A$

④ $\det A = \det A^T$

⑤ $A^T A = A A^T = I$, 且 $(A^T)^T = A$.

⑥ $I^T = I$. for $I \neq 0$.

10. 試將下列 3 個線性方程式化為 matrix form. (5%)

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

Note: 參考 Table.

$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
$\cos wt \cdot e^{-at}$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + w^2}$
$\sin wt \cdot e^{-at}$	$\frac{w}{(s+a)^2 + w^2}$
$\sin wt$	$\frac{w}{s^2 + w^2}$

第 2 頁 共 2 頁

本 試 題 採
雙 面 印 刷