

系所組：機械工程學系數位機電碩士班乙組、丙組

日期節次：100 年 3 月 20 日 第 1 節 09:00-10:30

科目：工程數學

1. A is a Matrices, $A_{m \times n}$, Which one is $A_{3 \times 2}$? (5%)

(1) $[a_1, a_2, a_3, a_4]$

(2) $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{bmatrix}$

(4) $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \\ a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 \end{bmatrix}$

(5) $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \\ a_5 & a_6 \end{bmatrix}$

2. The Follow is Linear equations, X_1, \dots, X_n are N unknowns (5%)

variables, $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{21}, a_{22}, \dots, a_{m1}, \dots, a_{mn}, b_1, \dots, b_m$ are all coefficients :

$$\begin{cases} a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n = b_1 \\ a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2n} X_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \dots + a_{mn} X_n = b_m \end{cases}$$

Please write $AX=B$ form and What is A, X, B matrices ? (10%)

3. Find two matrices Products (5%) : $A = [a_1, a_2, a_3]$, $B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$

(1) $[a_1, a_2, a_3] \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = ?$ (2) $AB \neq BA$

(2) $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} [a_1, a_2, a_3] = ?$

4. Please take a numerical example to explain A, B nonzero, but $AB=0$ (A, B are matrices) (10%)

5. (1) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, Find transpose of a matrix A^T

(2) Which one (or all) is TRUE: k is a constant (10%)

$(A^T)^T = A$, $(A+B)^T = A^T + B^T$, $(AB)^T = B^T A^T$, $(kA)^T = k \cdot A^T$, $(AB)^T = A^T B^T$

$(A^T)^T = A^T$

(3) When. $A^T = A$ and $A^T = -A$?

本 試 題 採
雙 面 印 刷

第 1 頁 共 1 頁

系所組：機械工程學系數位機電碩士班乙組、丙組

日期節次：100年3月20日第1節 09:00-10:30

科目：工程數學

6. ① $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 8 \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$, 是否可逆? 若可逆, 其 $A^{-1} = ?$ (15%)

② 以下三者何者為真?

$$(A^{-1})^{-1} = A, \quad AA^{-1} = I, \quad |A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

③ 試問, 若 $n \times n$ 矩陣 A, B , 若 A, B 均可逆, 則 AB 也可逆.

請寫成數學式, 並證明之?

7. 有一 $\text{spring-mass-damper system}$, 其數學 model: (20%)

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + k \cdot y = r(t)$$

其中, M 為物體 Mass, b 是作用在 Mass 上之 viscous friction $= f(v)$, k 為彈簧之 spring constant, y 為在 Mass 在彈簧變遷引下外力所產生之位移, $r(t)$ 為施加在 Mass 上之外力.

若 $r(t) = 0, y(0) = y_0, \dot{y} = \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = 0$.

① 求經過 Laplace Transform 後之 equation 為?

② 在何種條件下此 model 才可執行 Laplace Transform?

③ 若其 Transfer function $G(s) \equiv \frac{y}{r}$, 請問 ① 之表示法為何?

8. 試解下列 O.D.E. (15%)

(1) $x y' + y' + 4 = 0$.

(2) $y' + 3y = 12, y(0) = 6$. 求 $y(x) = ?$

(3) $y' = (1+x)(1+y^2)$. 求 $y(x) = ?$

本試題採
雙面印刷

第2頁共2頁

9. 設 $f(x) = x, 0 < x < 1$, 則 $f(x)$ 之 Fourier 級數 (10%)

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \{ a_n \cos(2n\pi x) + b_n \sin(2n\pi x) \}, \quad a_n, b_n \text{ 為係數}$$

問: (1) 此 Fourier 級數適用之假設條件為何?
(2) 求 $a_0 = ?$